

Beschrijving van de leerlijnen

Algemeen

Het Remediërende Rekenprogramma Breuken bestaat uit drie onderdelen of hoofdstukken. Hoofdstuk 1 gaat over getalbegrip. Getalbegrip kan gezien worden als basiskennis en begrip van breuken. Hoofdstuk 2 en 3, de hoofdstukken over bewerkingen en relaties, zijn de onderwerpen die breuken toepassen.

Aan het einde van ieder blok is de doelstelling van het blok beschreven. Zoals al beschreven op bladzijde 12 en 13 van deze verantwoording is het niet wenselijk om minimumdoelen per blok te beschrijven. De belangrijkste reden is dat er veel verschillende leerlingen met het rekenpakket werken. De eisen aan leerlingen van het voortgezet onderwijs is anders dan voor leerlingen van het basisonderwijs of het speciaal basisonderwijs. Een van de overeenkomsten tussen deze leerlingen is wel dat ze moeite hebben met breuken. In het basisonderwijs lijkt dat ook niet gek als je kijkt naar het aanbod van de methoden en het abstracte niveau dat de methode vraagt.

In de lijn van het discussiestuk van TAL-bovenbouw ligt in het rekenpakket het accent op het begrijpen in plaats van op het kunnen en op differentiatie in oplossingsstrategie in plaats van differentiatie in tempo waarmee door de stof gewerkt wordt. Dit betekent dat de ene leerling alleen tot een oplossing kan komen als hij een tekening maakt, en een andere leerling uit het hoofd de som uit zal kunnen rekenen.

Het is belangrijk voor alle leerlingen dat ze een elementair begrip ontwikkelen, samenhangen gaat zien en deze samenhang toepast in nieuwe situaties (zie voor meer informatie bijlage 1: kerndoelen rekenen-wiskunde). De samenhang is de basis van het inzicht in breuken. Daarnaast blijft de noodzaak om de leerling te stimuleren om te komen tot een formele oplossing. Opdrachten die aanleiding geven tot het ontwikkelen van procedures komen dan ook regelmatig terug.

Om tot een eigen oplossingsstrategie te kunnen komen is het belangrijk dat de leerlingen de ruimte krijgen om op een eigen manier te rekenen. Door problemen open aan te bieden geef je ruimte voor verschillende oplossingsstrategieën. Omdat inzicht en redeneren belangrijker is dan het oefenen van rekenprocedures, vormt het bespreken van oplossingsstrategieën een essentieel onderdeel van het rekenpakket. De kern is het begrip en niet de beheersing van rekenprocedures. Belangrijk is daarom dat de leerkracht daadwerkelijk geïnteresseerd is in de oplossingsstrategie van de leerling. Deze afwachterende houding van de leerkracht is niet altijd eenvoudig. Zeker als u de leerling het liefst tot inzicht wil laten komen door zelf te instrueren. Uw rol is uiteindelijk wel het terugbrengen van het gesprek tot de essentie: de voorkeursstrategie die past bij deze leerling.

De overstap maken van een context naar een wiskundig object ($\frac{1}{4}$) is pas zinvol als kinderen zich voldoende hebben kunnen oriënteren op de betekenis van breuken. De leerling moet in eerste instantie een netwerk van getalrelaties construeren door concrete situaties met bijvoorbeeld pizza's te generaliseren. Getekende pizza's zijn in deze fase het model van een concrete situatie. Dit model ontwikkelt zich vervolgens naar een model voor het redeneren, zoals de strook. De strook geeft, net als de pizza, het geheel en de delen weer. Het model is abstracter geworden en heeft een netwerk van getalrelaties om zich heen. Deze getalrelaties heb je nodig om de breukenstrook te kunnen gebruiken. $\frac{1}{4}$ deel is bijvoorbeeld één van de vier gelijke delen. Dit is kennis die

je bij alle breukenopdrachten nodig hebt om werkelijk met inzicht te rekenen. De strook biedt de mogelijkheid om getalrelaties te verkennen.

Vervolgens kan de overstap naar de formele rekenregels gemaakt worden. De strook is een eerste abstractie van contexten, maar gaandeweg wordt het een middel om te laten zien hoe je hebt geredeneerd. Inoefenen van rekenregels vergroot het inzicht niet. Inzicht ontstaat vooral door gesprekken en discussies. Het gaat om de redenering waarop de leerling zijn oplossing baseert

Hoofdstuk 1: Breuken en getalbegrip

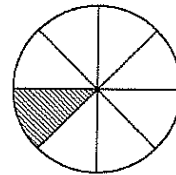
Bij getalbegrip gaat het om basiskennis en elementaire begrippen die nodig zijn om met breuken en gemengde getallen te kunnen werken. In de verschillende blokken komen verschillende aspecten van breuken aan de orde.

Blok 1: Breuk als deel van een geheel (1)

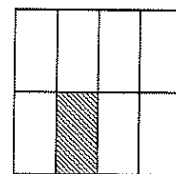
In dit eerste blok doet de leerling ervaringen op met het eerlijk verdelen van voorwerpen en figuren in gelijke delen.

In instructie 1 worden cirkels (het geheel) eerlijk verdeeld in gelijke delen. De nadruk ligt daarbij op het feit dat alle delen even groot zijn en dat elk deel bijvoorbeeld een achtste deel is. De notatie van de breuken gebeurt met behulp van een beschrijving ('een achtste deel').

Vervolgens oefent de leerling met het bij elkaar zoeken van delen en het verdelen van figuren in gelijke delen met voorgestructureerde figuren (al verdeeld in het gevraagde aantal gelijke delen) en open figuren (zonder verdeling).



In instructie 2 worden opnieuw figuren (vierkanten) eerlijk verdeeld in gelijke delen. In deze instructie ligt de nadruk op de notatie van de breuk. Een achtste deel wordt omschreven als 1 deel van 8 gelijke delen.

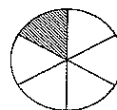


Vervolgens oefent de leerling in het verdelen van figuren in gelijke delen (vouwen, kleuren) en het op zoveel mogelijke manieren verdelen van figuren. Daarnaast bepaalt de leerling bij een ingekleurd figuur welke stambreuk erbij hoort en schrijft hij de breuk in letters erbij.

Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen met verschillende breuken: *Een breuk is een deel van een geheel. Nu heb ik een vraag, wie weet er al veel? Verdeel ik iets eerlijk in X delen (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld 4 delen) dan noem ik elk deel ... (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld 'een vierde deel').*

In instructie 3 wordt duidelijk dat bijvoorbeeld een zesde deel er op veel verschillende manieren uit kan zien.

een zesde deel	een zesde deel	een zesde deel
een zesde deel	een zesde deel	een zesde deel

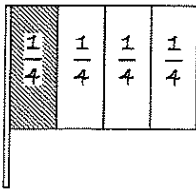


Ook nu weer kleurt de leerling het gevraagde deel van figuren in. Daarbij worden tekeningen gebruikt van de werkelijkheid, figuren met een onderverdeling in gelijke delen en open figuren waarbij de leerling de delen eerst zelf in moet tekenen.

Doelstelling: Van de leerling wordt verwacht dat hij alle onderdelen voldoende beheerst voordat hij verder gaat met het volgende blok. De leerling kan dan stambreuken tekenen/inkleuren en de stambreuk bij een afbeelding schrijven. Voor het breukenbegrip is dit een essentieel blok waarin de belangrijkste voorwaarden aan de orde komen.

Blok 2: Naam en de notatie van een breuk

In dit blok leert de leerling de breuk te schrijven met een breuknotatie.



In instructie 1 leert de leerling dat een vierde deel, of 1 van de 4 gelijke delen, als breuk als volgt wordt geschreven: $\frac{1}{4}$. Daarnaast ziet hij dat alle delen van een rechthoek $\frac{1}{4}$ deel zijn van het figuur.

Vervolgens schrijft de leerling breuken in figuren en kleurt hij het deel bij de breuk.

In instructie 2 worden de termen 'teller' en 'noemer' geïntroduceerd. De teller geeft het aantal delen aan dat gekleurd is, de noemer of de naam van een breuk geeft het totaal aantal delen aan.

$\frac{1}{20}$	teller noemer	aantal gekleurde delen totaal aantal delen
----------------	------------------	---

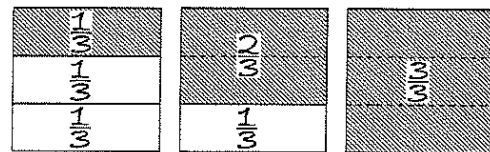
Vervolgens oefent de leerling met het schrijven de breuk bij het deel, het bepalen van de teller en de noemer en daarnaast het kiezen van de juiste breuk bij het gekleurde deel. Als laatste oefening schrijft de leerling een breuk bij een rekenverhaal.

Doelstelling: Van de leerling wordt verwacht dat hij breuken kan schrijven en kan lezen voordat hij verder gaat met het volgende blok. Voor het breukenbegrip is dit een essentieel blok waarin de belangrijkste voorwaarden aan de orde komen.

Blok 3: Breuk als deel van een geheel (2)

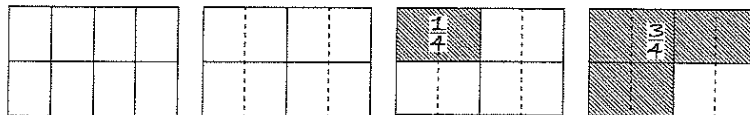
In dit blok leert de leerling de breuk bepalen als er meerdere delen zijn gekleurd (niet-stambreuken). Bij $\frac{2}{3}$ deel bijvoorbeeld is tweederde deel gekleurd, dat zijn twee van de drie gelijke delen.

In instructie 1 ziet de leerling dat er meerdere delen van een figuur gekleurd zijn en ziet hij dat er een relatie is tussen breuken ($\frac{1}{3}$ is één van de drie delen, $\frac{2}{3}$ is twee van de drie delen, $\frac{3}{3}$ is drie van de drie delen).



Vervolgens oefent de leerling met het schrijven van de breuk bij het gekleurde deel van figuren en kleurt hij figuren in bij de gegeven breuk. De figuren zijn deels tekeningen van de werkelijkheid, voorgestructureerde figuren (met onderverdeling in zoveel delen als de noemer van de breuk) en open figuren (zonder onderverdeling).

In instructie 2 leert de leerling hoe je $\frac{3}{4}$ deel kunt nemen van een figuur dat uit 8 gelijke delen bestaat



(ander aantal delen dan de noemer van de breuk). Als je $\frac{3}{4}$ deel moet hebben, dan verdeel je het figuur eerst in 4 gelijke delen en vervolgens neem je drie van vier gelijke delen.

De leerling oefent met het inkleuren van breuken bij een gegeven deel en het schrijven van de breuk bij een gegeven figuur.

Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen met verschillende breuken: *Ik verdeel een vel in X gelijke delen (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld 5 gelijke delen). Nu heb ik een vraag, wie weet er al veel? Ik kleur met een potlood X delen rood (invullen door de leerkracht/*

medeleerling, bijvoorbeeld 3 delen). Rood is nu X deel (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld $\frac{3}{5}$ deel!).

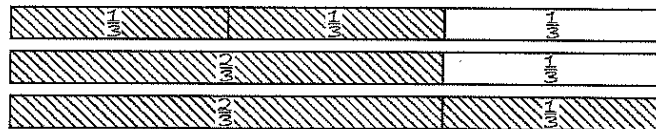
Als afsluiting van het blok speelt de leerling breukendomino en breukenbingo waarin de relatie tussen een gesproken en geschreven breuk wordt geoefend. Deze spelletjes kunnen natuurlijk ook de komende blokken opnieuw gespeeld worden.

Doelstelling: Van de leerling wordt verwacht dat hij alle onderdelen voldoende kan maken voordat hij verder gaat met het volgende blok. De leerling kan dan niet-stambreken tekenen/inkleuren en bij een afbeelding de breuk schrijven. Voor het breukenbegrip is dit een essentieel blok.

Blok 4: Relatie tussen breuken

In dit blok leert de leerling wat breuken met dezelfde noemer, zoals $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{6}$ en $\frac{6}{6}$ met elkaar te maken hebben. In blok 3 is de relatie tussen breuken al verkend.

In instructie 1 ziet de leerling aan de hand van breukenstroken dat 2 stukken van $\frac{1}{3}$ plank even groot zijn als 1 stuk van $\frac{2}{3}$ plank en dat 3



stukken van $\frac{1}{4}$ plank even groot zijn als $\frac{3}{4}$ plank. Daarnaast ziet hij dat $\frac{2}{3}$ deel en $\frac{1}{3}$ deel samen $\frac{3}{3}$ deel vormen oftewel één geheel. Het samenvoegen van breuken wordt pas in hoofdstuk 2 genoteerd met een formele somnotatie ($\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$).

Vervolgens oefent de leerling het bij elkaar zoeken van breuken die samen een geheel vormen. Daarnaast maakt leerling een getekend deel af zodat weer een geheel ontstaat.

In instructie 2 worden verschillende delen (bijvoorbeeld $\frac{3}{6}$, $\frac{2}{6}$ en $\frac{1}{6}$) samengevoegd tot 1



geheel. Daarbij komt voor het eerst het begrip 'breukenstrook' aan de orde. De breukenstrook laat zien dat $\frac{2}{6}$ deel en $\frac{6}{6}$ deel samen één hele strook lang zijn, samen 1 waard zijn.

Vervolgens oefent de leerling met het bepalen van de breuk bij het deel en het kleuren van het deel bij de breuk. In deze oefeningen ligt de nadruk op de breuken die samen één geheel vormen. Daarnaast worden ook, met behulp van splitsbomen, de breuken bij elkaar gezocht die samen één zijn. Deze oefeningen worden niet meer ondersteund met een figuur.

Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen met verschillende breuken: *Verdeel je iets eerlijk in X delen (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld 5 gelijke delen). Dan is X (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld $\frac{5}{5}$) gewoon weer het geheel.*

Als afsluiting van het blok wordt een breukenkwartet gespeeld.

In dit blok is een automatiseringsspel opgenomen. Het automatiseren van de relaties tussen breuken is een belangrijk onderdeel van dit blok en mag niet overgeslagen worden! Laat het spel meerdere keren spelen zodat leerling de relaties tussen breuken op tempo kan noemen (binnen 3 seconden). Houdt de activiteit aantrekkelijk door de

verschillende spelletjes te gebruiken (zie voor een omschrijving van de spelletjes het leerlingmateriaal).

Het is aan te bevelen de kaartjes te plastificeren zodat een volgende leerling de kaartjes opnieuw kan gebruiken. Geplastificeerde kaartjes zijn daarnaast makkelijker om te draaien.

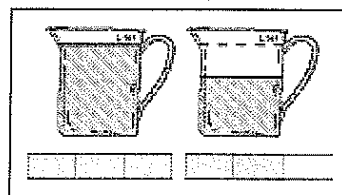
Doelstelling: Van de leerling wordt verwacht dat hij weet welke gelijknamige breuken samen een geheel vormen. Hierbij gaat het met name om de eenvoudige breuken tot en met de tienden. De leerling kan de breuken die samen 1 vormen ook op tempo benoemen. Voor het breukenbegrip is dit een essentieel blok.

Blok 5: Breuken groter dan 1

Blok 5 is een kort blok. In dit blok leert de leerling dat er ook samengestelde breuken (breuken groter dan 1, zoals $2\frac{1}{4}$) zijn.

In instructie 1 ziet de leerling hoe samengestelde breuken eruitzien. Naast een concrete situatie (bijvoorbeeld maatbekers) wordt ook gebruik gemaakt van de breukenstrook.

Vervolgens oefent de leerling in het inkleuren van breuken in verschillende figuren en het schrijven van de breuk bij de gekleurde figuren.



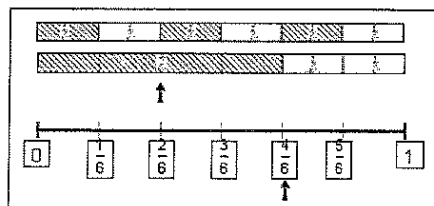
Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen met verschillende breuken: *Een breuk groter dan 1, heeft helen om zich heen. Nu heb ik een vraag, wie weet er al veel? X (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld $5\frac{1}{3}$) is X helen en X deel (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld 5 helen en $\frac{1}{3}$ deel).*

Doelstelling: Belangrijk is dat leerling inziet dat samengestelde breuken bestaan uit een of meerdere helen en een breuk. Daarnaast is het belangrijk dat hij inziet dat voor samengestelde breuken precies dezelfde principes gelden als hij geleerd heeft in de voorafgaande blokken. De leerling kan samengestelde breuken tekenen/inkleuren en bij een afbeelding de breuk schrijven. Voor het breukenbegrip is dit een essentieel blok.

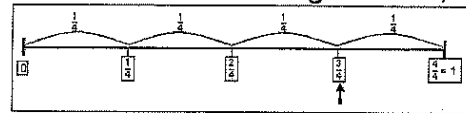
Blok 6: Plaats van een breuk op een lijn

In dit blok leert de leerling breuken te plaatsen op een lijn. De leerling krijgt inzicht in de plaats en grootte van breuken in relatie tot de 'omringende' gehele getallen en breuken.

In instructie 1 wordt de breuk eerst ingekleurd op de breukenstroken. Vervolgens wordt de relatie gelegd met de plaats van de breuk op de lijn. In de oefeningen gebruikt de leerling breukenstroken (kopieerblad) bij het bepalen van de breuk bij een plaats op een lijn. Daarnaast schrijft de leerling de breuken bij een lijn.

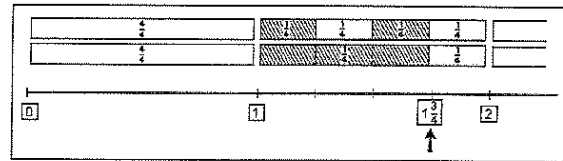


In instructie 2 leert de leerling hoe je breuken, zonder de breukenstrook te gebruiken, kunt plaatsen op de lijn. Voor $\frac{3}{4}$ deel verdeel je de lijn eerst in 4 gelijke delen. $\frac{3}{4}$ deel is hetzelfde als 3 stukken van $\frac{1}{4}$ deel.



Vervolgens schrijft de leerling de breuken bij punten op een lijn en maakt hij breuken vast aan de lijn. Na een aantal oefeningen worden ook breuken met verschillende noemers op eenzelfde lijn geplaatst. Daarnaast worden breuken geplaatst op lijnen met verschillende lengtes. Echte doorbijters zijn de oefeningen waarbij de 1 vastgemaakt moet worden op een lijn zonder 0-punt (losse getallenlijn) en op een lijn zonder onderverdeling (lege getallenlijn). Deze oefeningen zijn daarom ook niet verplicht voor alle leerlingen.

In instructie 3 plaatst de leerling breuken groter dan 1 op een lijn. In deze instructie wordt dezelfde strategie gebruikt als in instructie 1, alleen staan er nu ook helen voor de breuk.



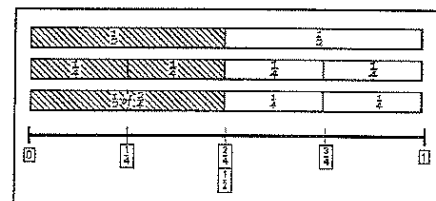
In de oefeningen plaatst de leerling breuken op de lijn en bepaalt hij de breuk bij een punt op de lijn. Ook hier worden lijnen gebruikt van verschillende lengtes

Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat leerling inziet dat voor het plaatsen van breuken op een lijn precies dezelfde principes gelden als hij geleerd heeft in blok 1 en 3. Voor bijvoorbeeld $\frac{3}{4}$ deel: je verdeelt de lijn in 4 gelijke stukken en neemt daar 3 delen van. Deze relatie wordt in dit blok gelegd met behulp van de breukenstroken. Aan de hand van dit principe moet de leerling eenvoudige breuken op een lijn kunnen plaatsen. Daarnaast moet de leerling bij een plaats op de getallenlijn een breuk kunnen bepalen. Basale opdrachten zijn daarbij: opdracht 1 t/m 6, 15 en 19.

Blok 7: Gelijkwaardigheid

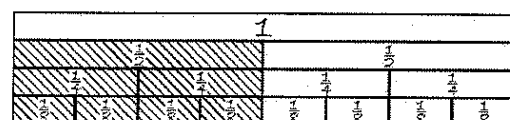
In blok 7 leert de leerling dat er breuken zijn die precies evenveel waard zijn. Daarnaast leert de leerling hoe je breuken kunt vereenvoudigen, kunt compliceren en hoe je helen uit een breuk kunt halen. Bij de gelijkwaardigheid van breuken gaat het om het ontdekken van de 'schuilnamen'.

In instructie 1 komt de gelijkwaardigheid van breuken aan de orde. Aan de hand van de breukenstroken en de getallenlijn krijgt de leerling te zien dat een halve plank even lang is als 2 stukken van een kwart plank. Daarnaast liggen beide breuken op de getallenlijn ook nog eens op precies dezelfde plaats.



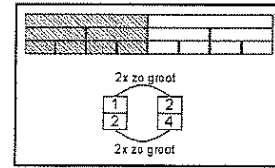
Vervolgens oefent de leerling met het kleuren van breuken in verschillende figuren. Door te kleuren (1 van de 4 delen van een cirkel en 2 van de 8 delen van een cirkel) ziet de leerling de gelijkwaardige breuken ontstaan. Daarnaast geeft de leerling bij een ingekleurd figuur aan welke breuken er bij horen.

In instructie 2 leert de leerling aan de hand van de breukenstroken dat heel veel breuken even groot zijn. Door een strook steeds te verdelen in meerdere delen ($\frac{1}{2}$ of $\frac{2}{4}$ of $\frac{4}{8}$) krijg je steeds meer gelijkwaardige breuken.



Vervolgens oefent de leerling deze vaardigheden door de breuken in de breukenstroken in te vullen. Ook plaatst hij gelijknamig breuken op de getallenlijn.

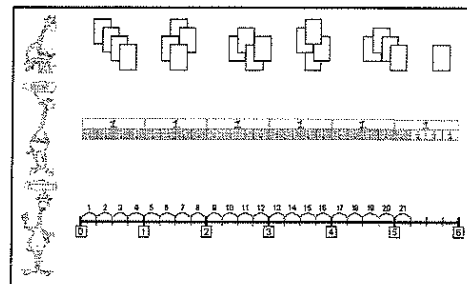
In instructie 3 leert de leerling dat je op een handige manier achter gelijkwaardige breuken kunt komen. Door de teller en de noemer met hetzelfde getal te vermenigvuldigen krijg je gelijkwaardige breuken. De regel wordt expliciet genoemd: maak je de noemer 2x zo groot, dan moet je de teller ook 2x zo groot maken. De leerling kan zijn/haar antwoord controleren op de breukenstrook en de getallenlijn.



De leerling oefent vervolgens met het zoeken en invullen van breuken met eenzelfde waarde. Bij abstracte opdrachten mag de leerling die de handige strategie moeilijk vindt, de breukenstroken (kopieerblad 1 of 2 van de handleiding) gebruiken. De handige strategie wordt expliciet in een aantal oefeningen geoefend. Het is de bedoeling dat de leerling een strategie vindt om gelijknamige breuken te herkennen en te maken.

Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen met verschillende breuken: *Sommige breuken zijn evenveel waard. Nu heb ik een vraag: wie weet er al veel? Ik heb hier X (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld $\frac{2}{3}$), een prachtige breuk. Wat is evenveel waard? X deel (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld $\frac{4}{6}$ deel).*

In instructie 4 leert de leerling de helen uit een breuk te halen. Dit gebeurt aan de hand van concrete afbeeldingen, de breukenstrook en de getallenlijn. In alle modellen ziet de leerling dat je 4 delen van $\frac{1}{4}$ samen kan voegen tot een hele ($\frac{4}{4}$ deel). De leerling wordt vervolgens gevraagd een strategie (giraffe) te kleuren die hij handig vindt en zou gebruiken.



Tijdens de oefeningen kan de leerling deze strategie in eerste instantie gebruiken als voorkeursstrategie. In de oefeningen komen alle strategieën nog een keer expliciet terug. Het is de bedoeling dat de leerling een strategie vindt om breuken te vereenvoudigen.

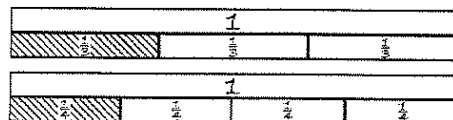
Aan het einde van het blok speelt de leerling een dominospel waarin de gelijkwaardigheid van breuken wordt geoefend.

Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij gelijkwaardige breuken kan herkennen en maken. Daarvoor oefent de leerling eerst met verschillende strategieën. Uiteindelijk oefent de leerling in de open opdrachten (10 t/m 17) met een eigen voorkeursstrategie. De leerling vindt een strategie waarmee hij eenvoudige breuken kan vereenvoudigen. Daarvoor oefent de leerling met verschillende strategieën. Uiteindelijk oefent de leerling in de open opdrachten (20 en 21) met een eigen voorkeursstrategie.

Blok 8: Waarde van een breuk

In het blok 'waarde van een breuk' worden breuken met elkaar vergeleken en wordt bepaald welke breuk de grootste/kleinste waarde heeft.

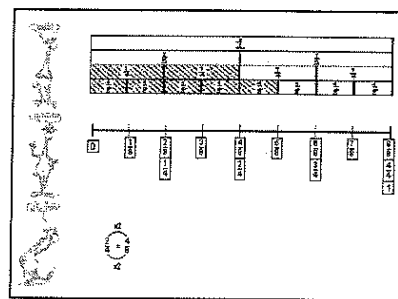
In instructie 1 vergelijkt de leerling stambreuken aan de hand van de breukenstroken. De lengte van de verschillende delen wordt vergeleken, waarbij de langste breuk het meest waard is. Daarbij wordt opgemerkt: hoe groter de noemer, hoe kleiner de breuk.



Vervolgens oefent de leerling met het inkleuren en vergelijken van breuken. Bij de opdrachten zonder visuele ondersteuning (4 en 5) mag de leerling de breukenstroken gebruiken als hij het onderliggende principe niet begrijpt. Als de leerling de breukenstroken heeft gebruikt is het belangrijk om in de nabespreking het onderliggende principe te bespreken: hoe groter de noemer, hoe kleiner het deel.

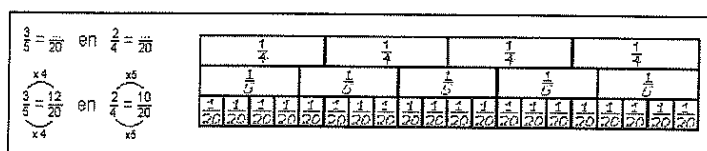
Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen: *Wat raar doet de noemer, bij het verdelen. Hoe X (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld kleiner) de noemer, hoe X (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld groter) de delen.*

In instructie 2 worden ongelijknamige breuken met elkaar vergeleken. Ook hier worden verschillende modellen en strategieën gebruikt. De breukenstroken en de getallenlijn krijgen een belangrijke plaats. De plaats van de breuk verradt de waarde van de breuk. Het handig rekenen, in dit geval het gelijknamig maken van breuken, is de derde strategie die aangeboden wordt. De leerling vermenigvuldigt daarbij de teller en de noemer met hetzelfde getal, zoals hij geleerd heeft in blok 7. De leerling kleurt aan het einde van de instructie de strategie die hem/haar het meest aanspreekt.



In de oefeningen worden in eerste instantie ingekleurde figuren met elkaar vergeleken. Vervolgens is er ook een abstracte oefening waarbij de leerling zelf een strategie moet kiezen en toepassen.

In instructie 3 wordt een handige strategie aangeboden om er achter te komen welke gemeenschappelijke noemer je kunt gebruiken bij het



gelijknamig maken van twee breuken. Door de noemers met elkaar te vermenigvuldigen vind je altijd een noemer waar beide noemers in passen. $\frac{3}{4}$ en $\frac{2}{3}$, daar kan je twaalfden van maken, want $4 \times 3 = 12$. De breukenstrook wordt gebruikt om te laten zien dat de strategie klopt.

In de oefeningen kan deze strategie expliciet geoefend worden. De leerling kan echter ook kiezen voor zijn/haar eigen voorkeursstrategie, als deze beter aansluit. Met een dobbelsteenspel oefent de leerling zich verder in het gelijknamig maken. Ook daarbij gebruikt de leerling de strategie die hij handig vindt.

In instructie 4 rekent de leerling het verschil uit tussen twee breuken. Aan de hand van de getallenlijn, de breukenstrook en via handig rekenen wordt berekend wat het verschil is. Op de getallenlijn en de breukenstroken kan je bij sommige breuken, zoals bij vierden en achtsten, het verschil tussen de breuken zien. Op de getallenlijn vallen de vierden samen met de achtsten. Bij breuken die moeilijker met elkaar vergeleken kunnen worden (bijvoorbeeld zesden en achtsten) moeten de breuken eerst gelijknamig gemaakt worden, voordat het verschil zichtbaar is. Bij het handig rekenen

worden steeds eerst de breuken gelijknamig gemaakt. Tijdens de instructie kiest de leerling de strategie die hij handig vindt.

Met de oefeningen die volgen gebruikt de leerling de verschillende strategieën eerst in oefeningen waarin één strategie centraal staat, waarna een voorkeursstrategie uitgekozen wordt. In een dobbelsteenspel wordt het berekenen van het verschil tussen breuken verder geoefend.

Als afsluiting van het blok speelt de leerling een dobbelrace en het spel 'raad mijn getal'. Ook in dit spel wordt het vergelijken van breuken op een speelse wijze geoefend. De spellen vormen een belangrijk onderdeel van dit hoofdstuk en mogen niet zondermeer overgeslagen worden. In plaats van het oefenen van het gelijknamig maken van breuken op meerdere werkbladen is bewust voor een spelvorm gekozen.

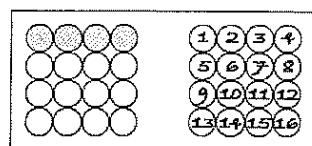
Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij de waarde van een breuk kan bepalen in vergelijking met een andere breuk. Daartoe moet de leerling de breuken op de getallenlijn of breukenstrook kunnen plaatsen of eerst gelijknamig kunnen maken.

Tot instructie 3 kan de leerling met tekenen, aflezen en redeneren (bij het vergelijken van twee stambreuken bijvoorbeeld) de antwoorden vinden. Deze oefeningen vallen onder de minimumdoelen. Na instructie 3 oefent de leerling eerst met verschillende strategieën. Uiteindelijk moet de leerling een eigen voorkeursstrategie uitkiezen waarmee hij twee eenvoudige breuken kan vergelijken. Dit onderdeel is alweer een stuk lastiger. Zeker het bepalen van het verschil tussen twee breuken is meer een 'gevorderde' vaardigheid.

Blok 9: Deel van veel

In dit blok wordt een deel van een hoeveelheid ($\frac{1}{3}$ deel van 12 knikkers) en een deel van een geheel met een waarde ($\frac{1}{3}$ deel van een taart van € 12,-) bepaald.

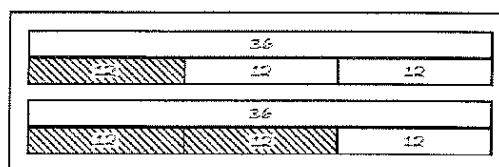
In instructie 1 (deel van een concrete hoeveelheid) worden concrete hoeveelheden verdeeld (16 dropjes met 4 kinderen, hoeveel dropjes krijgt ieder kind?). Daarbij heeft de leerling de kennis van deel van een geheel (blok 1 en 3) opnieuw nodig. $\frac{1}{4}$ deel is nu een hoeveelheid in 4 gelijke groepen



verdeeld. Voor $\frac{3}{4}$ deel heb je dan vervolgens 3 van de 4 groepjes nodig.

Vervolgens oefent de leerling met het bepalen van het deel.

In instructie 2 (deel van een abstracte hoeveelheid) wordt, aan de hand van de breukenstrook, de getallenlijn en via handig rekenen, $\frac{2}{3}$ deel van 36 uitgerekend (deel van een hoeveelheid). In deze instructie gaat het erom dat in eerste instantie $\frac{1}{3}$ deel wordt berekend en vervolgens $\frac{2}{3}$ deel wordt genomen door 2 van de 3 delen te nemen. De breukenstrook maakt daarbij visueel waar $\frac{1}{3}$ en $\frac{2}{3}$ deel voor staan.



In de oefeningen tekent of kleurt de leerling in eerste instantie de som. Op deze manier wordt inzichtelijk wat je eigenlijk weten wilt. Laat de leerling een strategie kiezen uit de instructie al hij er niet uitkomt.

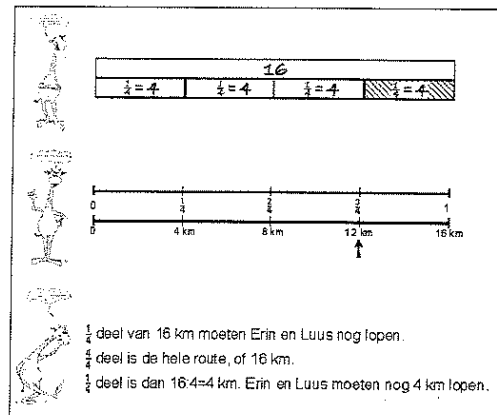
In instructie 3 weet de leerling de waarde van het deel en moet hij de waarde van het geheel berekenen. Bijvoorbeeld: $\frac{2}{3}$ deel is € 6,-, hoeveel is het geheel? Met behulp van de breukenstrook berekent de leerling eerst 1 deel ($\frac{1}{3}$ deel) en berekent dit vervolgens door naar het geheel ($\frac{3}{3}$ deel). Naast de breukenstrook wordt ook een handige strategie gebruikt.

In de oefeningen kan de leerling zijn/haar eigen strategie gebruiken.

In instructie 4 komt het onderdeel 'deel van een geheel met een waarde' aan de orde. In grote lijnen komt de oplossingswijze overeen met de oplossingswijze in instructie 2. De strategieën (breukenstrook en handig rekenen) worden aangevuld met de dubbele getallenlijn. Op de ene lijn staan de breuken aangegeven, op de andere lijn de waarde van de lijn. De leerling heeft al in blok 6 geleerd een breuk op een lijn te plaatsen. Bij alle strategieën wordt eerst teruggerekend naar de stambreuk (om $\frac{5}{6}$ deel te kunnen uitrekenen reken je eerst $\frac{1}{6}$ deel uit).

Vervolgens kan van de breukenstrook en de getallenlijn het antwoord afgelezen worden.

In de oefeningen komen, naast opdrachten met de getallenlijn en de breukenstrook, ook de abstracte figuren weer terug. De laatste oefeningen zijn kale sommen. De leerling kiest daarbij zijn/haar eigen strategie.



Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij de waarde van een breuk kan bepalen. Daartoe moet de leerling de breuken op de getallenlijn of breukenstrook kunnen plaatsen.

In de oefeningen na instructie 1 (deel van een hoeveelheid) kan de leerling door middel van tekenen, aflezen en redeneren de antwoorden vinden. Deze oefeningen vallen onder de minimumdoelen. De oefeningen na instructie 2, 3 en 4 zijn lastiger. De vormgeving van de opdrachten lokt het gebruik van een strategie uit. Laat de leerling op het blad en in de figuren tekenen, schrijven en kleuren zodat duidelijk wordt wat de vraag is. Als de leerling er niet uitkomt, laat dan uit de instructie een model kiezen en gebruiken bij deze opgaven.

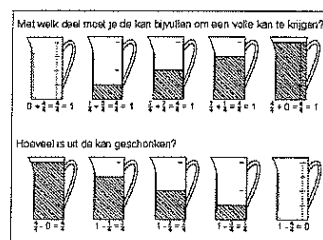
Hoofdstuk 2: Bewerkingen

Het gaat in dit hoofdstuk om het optellen en aftrekken van gelijknamige en ongelijknamige breuken. Daarnaast komt ook het vermenigvuldigen en delen van breuken aan de orde. De bewerkingen worden zowel met als zonder context uitgevoerd. In bijna alle oefeningen bieden één of meerdere modellen ondersteuning bij het oplossen van de sommen.

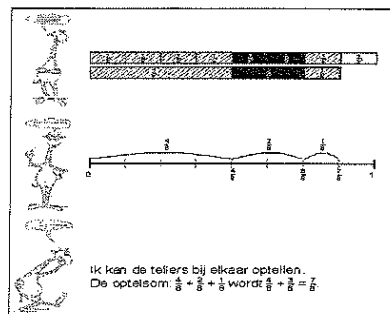
In dit hoofdstuk zijn alleen eenvoudige breuken opgenomen die in de dagelijkse realiteit voorkomen. De leerling moet zich iets bij de bewerking kunnen voorstellen, anders dreigt het gevaar dat de bewerking een trucje wordt.

Blok 1: Optellen en aftrekken van breuken met gelijke noemers tot 1

In instructie 1 vindt een herhaling plaats van wat de leerling heeft geleerd in blok 4 van hoofdstuk 1 (relaties tussen breuken). Verschillende gelijknamige breuken worden daar samengevoegd tot een hele. De leerling ziet opnieuw dat je bij gelijknamige breuken de tellers bij elkaar kunt optellen of van elkaar kunt aftrekken. De concrete context (maatbekers) en de breukenstrook bieden een visuele ondersteuning. In de oefeningen worden de maatbekers en breukenstroken opnieuw gebruikt om de bewerkingen te ondersteunen.



In instructie 2 worden meerdere breuken bij elkaar opgeteld en afgetrokken. In deze instructie wordt niet alleen aangevuld tot 1. De som is bijvoorbeeld: $\frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \dots$. Naast de breukenstrook wordt nu ook de getallenlijn als ondersteunend model ingezet. Tijdens de instructie kleurt de leerling de giraffe van de strategie die hij handig vindt. Omdat de sprongen op de getallenlijn even groot zijn als de delen van de breukenstrook, kan de leerling de relatie tussen beide modellen leggen.



In de oefeningen oefent de leerling vervolgens het gebruik van de breukenstrook en de getallenlijn. Vervolgens kiest de leerling zijn/haar eigen strategie en gebruikt deze bij de meer open opgaven aan het einde van het blok.

Om op een aantrekkelijke manier meer te oefenen en de leerling uit te dagen om de handige strategie meer te gaan gebruiken (sneller te rekenen), wordt het hoofdstuk afgesloten met een breukenbingo. De spellen in dit hoofdstuk vormen een belangrijk onderdeel en mogen niet zondermeer overgeslagen worden. In plaats van het oefenen van optellen en aftrekken van breuken op meerdere werkbladen is bewust voor een spelvorm gekozen.

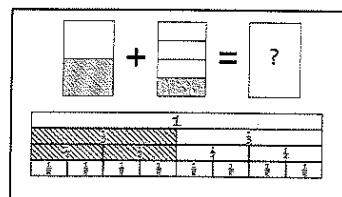
Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij gelijknamige breuken kan optellen en aftrekken (tot 1). Laat de leerling op het blad tekenen, schrijven en kleuren zodat duidelijk wordt wat de vraag is. Als de leerling er niet uitkomt, laat dan uit de instructie een model of strategie kiezen en gebruiken bij de open opdrachten (12 t/m 15). Het kunnen optellen en aftrekken van gelijknamige breuken tot 1 aan de hand van een handige strategie (optellen of aftrekken van de tellers) heeft de leerling nodig om verder te kunnen met de volgende blokken. Het kunnen maken van deze opgaven met de handige strategie is een voorwaarde om door te kunnen naar het volgende blok. Lukt het de leerling niet de handige strategie te

gebruiken (na alle leergesprekken), maar lukt het oplossen van de sommen wel op de getallenlijn of met de breukenstroken, dan zal deze strategie ook toegepast moeten worden in de volgende hoofdstukken. Laat de leerling dan zelf de getallenlijn of de breukenstrook tekenen als ondersteuning bij het oplossen van de sommen.

Blok 2: Optellen en aftrekken van breuken met verschillende noemers tot 1

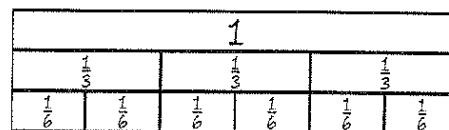
Blok 2 bouwt voort op de kennis die leerling heeft verworven in blok 1. Het grote verschil is dat de leerling de breuken eerst gelijknamig moet maken voordat de breuken opgeteld of afgetrokken kunnen worden. De basis voor het uitrekenen van de sommen in blok 2 vormt de handige strategie die de leerling in blok 1 heeft geleerd. In blok 7 van hoofdstuk 1 heeft de leerling ook geoefend met het gelijknamig maken van breuken.

In instructie 1 telt de leerling twee ongelijknamige breuken op en trekt hij twee ongelijknamige breuken af. In de instructie worden, met behulp van de breukenstrook, de breuken gelijknamig gemaakt. Vervolgens rekent de leerling de som die is ontstaan (met gelijknamige breuken) uit met de handige strategie (tellers bij elkaar optellen of aftrekken).



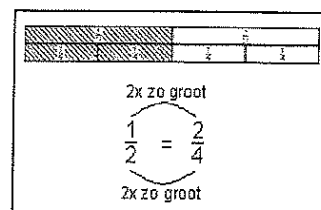
Vervolgens oefent de leerling deze sommen. Daarbij wordt hij ondersteund met de breukenstrook.

In instructie 2 wordt het optellen en aftrekken uit instructie 1 verder geoefend. Nu worden echter meerdere breuken opgeteld of afgetrokken. De uitdaging is weer om een gelijke noemer te vinden. De breukenstrook biedt, net als in instructie 1, steun bij het vinden van gelijke noemers.



De opdrachten die de leerling vervolgens moet maken worden niet meer als vanzelfsprekend ondersteund met een breukenstrook. De leerling kan de breukenstrook gebruiken van kopieerblad 2, of hij kan de gelijke noemer vinden aan de hand van de tafels of de handige strategie.

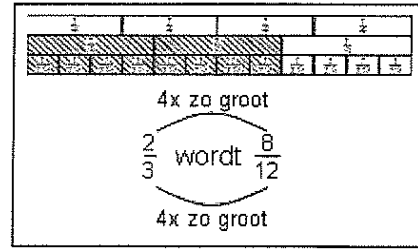
In instructie 3 wordt het compliceren en vereenvoudigen van breuken opnieuw geoefend. Het is een herhaling van blok 7 van hoofdstuk 1. Belangrijkste regel is dat als je de teller 2x zo groot maakt, je de noemer ook 2x zo groot moet maken. Als je de teller 3x zo klein maakt, moet je de noemer ook 3x zo klein maken. Daarnaast wordt de strategie aangeboden dat bij het gelijknamig maken in eerste instantie uitgegaan wordt van de breuk met de grootste noemer (bij $\frac{1}{4}$ en $\frac{5}{8}$ zijn dat achtsten). Vervolgens probeer je of je, met bovenstaande strategie, de andere breuk dezelfde noemer kan geven (van $\frac{1}{4}$ maak ik achtsten. De noemer maak je 2x zo groot, dus de teller maak je ook 2x zo groot: $\frac{1}{4}$ wordt $\frac{2}{8}$), dan kan je de breuken optellen.



In de opdrachten die de leerling vervolgens maakt staat het gelijknamig maken centraal.

In instructie 4 merkt de leerling dat de regel van instructie 3 (gelijknamig maken aan de hand van de grootste noemer) niet altijd opgaat. In instructie 4 wordt op een andere manier gezocht naar een gemeenschappelijke noemer waar beide breuken in passen

(bijvoorbeeld $\frac{2}{3}$ en $\frac{1}{4}$). In eerste instantie wordt de breukenstrook gebruikt om de gemeenschappelijke noemer te vinden. De breuken kunnen dan afgelezen worden van de breukenstrook. Daarnaast kan de breuk uitgerekend worden door de teller en de noemer met hetzelfde getal te vermenigvuldigen. Uiteindelijk wordt ook de strategie 'vermenigvuldigen van de noemers' gebruikt.



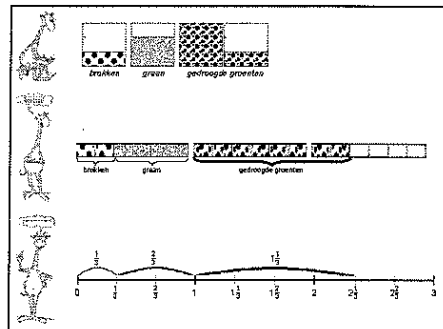
Vervolgens krijgt de leerling verschillende oefeningen met het gelijknamig maken van de breuken en vervolgens het optellen of aftrekken. De leerling gebruikt een van de strategieën uit instructie 4 bij het oplossen van de sommen.

Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij breuken gelijknamig kan maken. Vervolgens moet de leerling een strategie vinden om gelijknamige breuken op te tellen en af te trekken (tot 1). Laat de leerling op het blad tekenen, schrijven en kleuren zodat duidelijk wordt wat de vraag is. Als de leerling er niet uitkomt, laat dan uit de instructie een model of strategie kiezen en gebruiken bij de open opdrachten zonder ondersteuning van een model.

Het gelijknamig maken en het kunnen optellen en aftrekken van gelijknamige breuken tot 1 aan de hand van een handige strategie (optellen of aftrekken van de tellers) heeft de leerling nodig om verder te kunnen met de volgende blokken. Het kunnen maken van deze opgaven met de handige strategie is een voorwaarde om door te kunnen naar het volgende blok. Lukt het de leerling niet de handige strategie te gebruiken (na alle leergesprekken), maar lukt het oplossen van de sommen wel op de getallenlijn of met de breukenstroken, dan zal deze strategie ook toegepast moeten worden in de volgende hoofdstukken. Laat de leerling dan zelf de getallenlijn of de breukenstrook tekenen als ondersteuning bij het oplossen van de sommen.

Blok 3: Optellen en aftrekken door de hele heen

In instructie 1 worden verschillende breuken bij elkaar opgeteld, waarbij de 1 wordt overschreden (bijvoorbeeld: $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} = \dots$). De ondersteunende modellen zijn daarbij de breukenstrook en de getallenlijn. Bij beide modellen ziet de leerling goed dat er een hele overschreden wordt. Daarnaast kan de leerling een tekening maken van de situatie of een handige strategie toepassen (tellers optellen en vereenvoudigen). Het vereenvoudigen is al eerder aan de orde geweest in blok 7 van hoofdstuk 1.



Aan het einde van de instructie wordt de leerling gevraagd een strategie die hij handig vindt, uit te kiezen. Dit dwingt de leerling goed naar de strategieën te kijken en geeft steun bij de open opgaven waar de leerling zelf een strategie moet kiezen. Op dat moment kan hij eventueel terugbladeren naar de instructie.

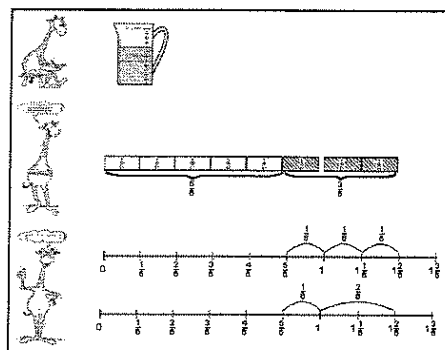
In de opgaven worden de verschillende oplossingsstrategieën eerst expliciet geoefend. Op deze manier kan de leerling alle strategieën zelf uitproberen. Daarna moet de leerling zelf kiezen en toepassen (opgave 5 en 6). Uiteindelijk is het de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar de handige strategie.

In instructie 2 worden meerdere breuken afgetrokken, waarbij ook weer de overschrijding van de 1 centraal staat. (bijvoorbeeld: $1\frac{2}{6} - \frac{3}{6} = \dots$).

De ondersteunende modellen zijn daarbij opnieuw de breukenstrook en de getallenlijn. Bij beide modellen wordt goed zichtbaar dat er een hele overschreden wordt. Op de getallenlijn zijn meerdere oplossingswijzen mogelijk. Zowel rijgen, splitsen als rekenen via een rond getal worden aangeboden. Daarnaast kan de leerling een

handige strategie toepassen (tellers van elkaar aftrekken, waarbij van de helen eerst breuken gemaakt zijn). Aan het einde van de instructie wordt de leerling weer gevraagd een strategie die hij handig vindt, uit te kiezen.

In de opgaven worden de verschillende oplossingsstrategieën eerst expliciet geoefend. Op deze manier kan de leerling alle strategieën zelf uitproberen. Daarna moet de leerling zelf kiezen en toepassen (opgave 10 en 11). Uiteindelijk is het de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar de handige strategie.

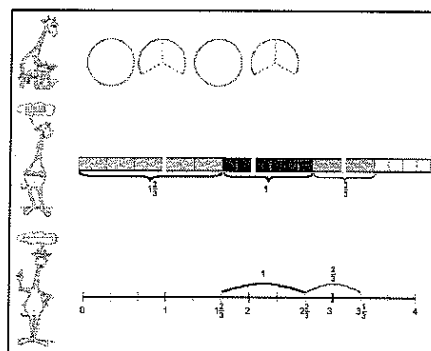


In instructie 3 worden meer helen en breuken bij elkaar opgeteld of van elkaar afgetrokken (bijvoorbeeld: $1\frac{2}{3} + 1 + \frac{2}{3} = \dots$). Net als in instructie 1

en 2 worden weer de tekening, de breukenstrook (vanuit een rijgende aanpak waarbij steeds weer helen en breuken eraan vast gekleurd worden) en de getallenlijn (rijgend worden eerst de helen en daarna de breuk gesprongen op de lijn)

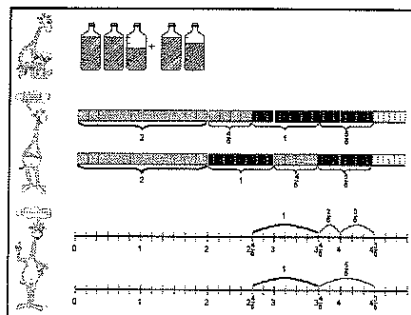
aangeboden. Ook de handige strategie wordt als strategie gebruikt. Bij het optellen worden beide getallen gesplitst. Dan worden eerst de helen bij elkaar opgeteld en vervolgens de breuken. Om tot de uitkomst te komen worden beide totalen bij elkaar opgeteld. Bij het aftrekken wordt het eerste getal heel gelaten. Het getal dat afgetrokken moet worden, wordt gesplitst in de helen en de breuk. Al rijgend worden eerst de helen afgetrokken en vervolgens de breuk.

Net als bij de vorige instructies worden eerst de aangeboden strategieën expliciet geoefend voordat de leerling meer open opgaven maakt. Bij de open opgaven (17, 18, 19 en 22) kiest de leerling de strategie en eventueel het bijbehorende model zelf. Uiteindelijk is het weer de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar de handige strategie.



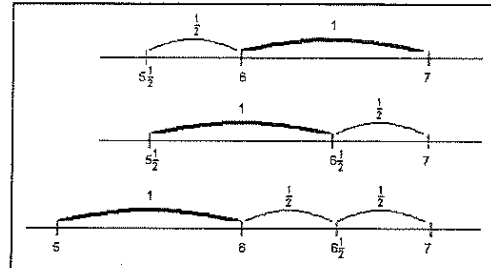
Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen: *Heb je een breukensom met + of -? En zijn er getallen met X (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld vijfden) en helen? Dan kun je op heel veel manieren gaan rekenen. Als maar weet: een hele is X (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld $\frac{5}{5}$) delen.*

In instructie 4 worden ongelijknamige breuken bij elkaar opgeteld en afgetrokken (bijvoorbeeld: $2\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6} = \dots$). De eerste stap is het gelijknamig maken van de breuken. Dit gebeurt aan de hand van de breukenstrook. Liever nog gebruikt de leerling de strategie die hij geleerd heeft in blok 2 van dit hoofdstuk. Daarbij werd de gelijke noemer gezocht aan de hand van de tafels (in welke breuk passen



zowel zesden als derden?). Het gelijknamig maken van breuken heeft de leerling inmiddels al vaak geoefend. Mocht het gelijknamig maken nog steeds onvoldoende beheerst worden, dan kunt u hoofdstuk 1 blok 7 (nogmaals) aanbieden. Net als bij de vorige instructies worden eerst de aangeboden strategieën expliciet geoefend voordat de leerling meer open opgaven maakt. Bij de open opgaven (27, 28 en 29) kiest de leerling de strategie en eventueel het bijbehorende model zelf. Uiteindelijk is het weer de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar de handige strategie.

In instructie 5 wordt expliciet het gebruik van de losse getallenlijn geoefend. De som $5\frac{1}{2} + 1\frac{3}{6}$ wordt met verschillende strategieën opgelost. Als de leerling inmiddels in staat is deze sommen met handige strategieën op te lossen, dan zal hij dit waarschijnlijk bij som 34 en 35 laten zien. Voor de leerling die nog steeds tekent, de breukenstroken of de gestructureerde getallenlijn gebruikt is de lege getallenlijn een mogelijke oplossingsstrategie. Het gebruik van de losse getallenlijn zal de snelheid aanmerkelijk verhogen.



Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij breuken gelijknamig kan maken en vervolgens een strategie vindt om gelijknamige breuken op te tellen en af te trekken (over de 1 heen). Laat de leerling op het blad tekenen, schrijven en kleuren zodat duidelijk wordt wat de vraag is. Als de leerling er niet uitkomt, laat dan uit de instructie een model of strategie kiezen en deze gebruiken bij de open opdrachten zonder ondersteuning van een model.

Het gelijknamig maken en het kunnen optellen en aftrekken van gelijknamige breuken aan de hand van een handige strategie (optellen of aftrekken van de tellers) heeft de leerling nodig om verder te kunnen met de volgende blokken. Het kunnen maken van deze opgaven met de handige strategie is een voorwaarde om door te kunnen naar het volgende blok. Lukt het de leerling niet de handige strategie te gebruiken (na alle leergesprekken), maar lukt het oplossen van de sommen wel op de getallenlijn of met de breukenstroken, dan zal deze strategie ook toegepast moeten worden in de volgende hoofdstukken. Laat de leerling dan zelf de getallenlijn of de breukenstrook tekenen als ondersteuning bij het oplossen van de sommen.

Blok 4: Vermenigvuldigen van breuken

Uit PPON-peilingen voor het basisonderwijs (1997) blijkt dat vermenigvuldigen en delen voor de zwakke rekenaar moeilijk is of dat deze leerling aan deze onderwerpen niet toekomen. De zwakke leerling beheerst enkele opgaven goed of matig.

Bij het vermenigvuldigen worden één of meerdere breuken of samengestelde breuken met elkaar vermenigvuldigd. De meeste opgaven staan in een context of hebben een duidelijk model dat ondersteuning biedt bij het voorstellen van de som. De opgaven bevatten vrijwel alleen breuken waarbij de leerling zich iets voor kan stellen. Het gaat bij de opgaven vooral om het begrijpen van de som en het redeneren om tot een antwoord te komen. Het is niet de bedoeling dat leerling allerlei soorten breuken kan vermenigvuldigen en zeker niet dat de leerling regels als: 'delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde' kan gebruiken.

Aangezien vermenigvuldigen in zijn eenvoudigste vorm hetzelfde is als herhaald optellen, heeft in blok 4 van hoofdstuk 1 eigenlijk al een oriëntatie plaatsgevonden op

het vermenigvuldigen. Denk hierbij aan het springen op de getallenlijn. Ook het bepalen van een deel van een hoeveelheid (blok 8 en 9 van hoofdstuk 1) komt hier weer aan de orde.

In instructie 1 worden sommen als $3 \times \frac{3}{4}$ uitgerekend.

Er worden verschillende strategieën aangeboden die kunnen helpen bij het oplossen van deze sommen.

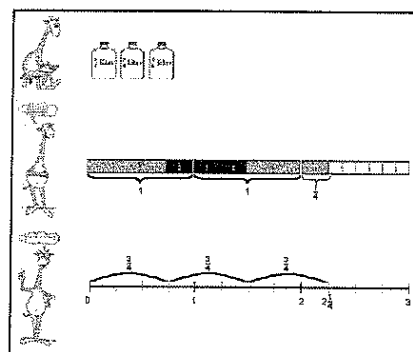
Door middel van een tekening krijgt de leerling inzicht in de bewerking en ziet hij dat het eigenlijk gaat om herhaald optellen. $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$ heeft de leerling al

uitgerekend in blok 2 van dit hoofdstuk. Ook op de breukenstrook zie je de optelsom ontstaan. Na het inkleuren kan de leerling het antwoord aflezen. Op de getallenlijn maakt de leerling de sprongen met steeds dezelfde breuk. Ook nu kan het antwoord

afgelezen worden van de getallenlijn. Bij het handig rekenen ziet de leerling dat, in de lijn van het herhaald optellen, de teller vermenigvuldigd kan worden. $3 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$.

Vervolgens moet de breuk nog wel vereenvoudigd worden.

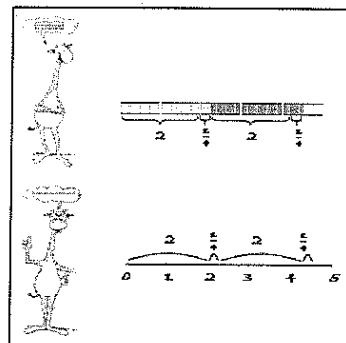
In de oefeningen worden de verschillende oplossingsstrategieën eerst expliciet geoefend. Op deze manier kan de leerling alle strategieën uitproberen. Daarna moet de leerling zelf kiezen en toepassen (opgave 5 en 6). Uiteindelijk is het de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar de handige strategie. Aangezien dit voor een rekenzwakke leerling een heel lastig onderwerp is, is het gebruik van één van de modellen al een mooie verworvenheid. Laat de leerling deze strategie onthouden en weer gebruiken bij de volgende blokken.



In instructie 2 worden helen vermenigvuldigd met een samengestelde breuk, bijvoorbeeld: $2 \times 2\frac{1}{2}$. Bij het oplossen van deze som wordt

in de instructie de nadruk gelegd op het gebruik van de getallenlijn en het gebruik van een handige strategie. Op de getallenlijn zijn meerdere strategieën mogelijk. Eerst alle sprongen met de helen en daarna met de breuken of de strategie waarbij de helen en breuken na elkaar gesprongen worden (zie het voorbeeld hiernaast). Ook bij de handige strategieën worden er twee mogelijkheden aangeboden. Het herhaald optellen ($4 \times 3\frac{1}{2}$ wordt

$3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} = 7 + 7 = 14$) of door de helen en de breuk te splitsen ($4 \times 3\frac{1}{2}$ wordt $4 \times 3 = 12$ en $4 \times \frac{1}{2} = 2$, $12 + 2 = 14$).



In de oefeningen worden de verschillende oplossingsstrategieën eerst expliciet geoefend. Op deze manier kan de leerling alle strategieën uitproberen. Daarna moet de leerling zelf kiezen en toepassen (opgave 10 en 11). Uiteindelijk is het de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar de handige strategie. Leerlingen die vanuit blok 1 een model gebruiken, kunnen in dit blok waarschijnlijk met hetzelfde model uit de voeten. Misschien maken ze in dit blok echter wel de stap naar een handige strategie?

In instructie 3 wordt een nieuw somtype binnen het vermenigvuldigen met breuken aangeboden: een stambreuk vermenigvuldigen met een heel getal. Voor de leerling wordt de som al een stuk eenvoudiger als hij weet dat $\frac{1}{4} \times 8$ hetzelfde is als

$\frac{1}{4}$ deel van 8. Deze sommen zijn ook geoefend in

hoofdstuk 1 blok 9: 'een deel van veel'. Voor

leerlingen die problemen ervaren met dit blok is het aanbieden of herhalen van blok 9

aan te bevelen. Ook bij dit somtype worden weer verschillende strategieën

aangeboden. Met een tekening kan je de situatie mooi tekenen en uitrekenen. Met de

breukenstroken kan je het geheel verdelen in 4 delen. Door de waarde van het geheel

in de bovenste balk te schrijven, wordt duidelijk wat de waarde van de verschillende

delen dan moet zijn. Bij de handige strategie wordt de relatie gelegd tussen breuken en

delen (wat eigenlijk bij het tekenen en de breukenstrook gevisualiseerd is): $\frac{1}{4}$ deel van 8

is hetzelfde als $8 : 4$.

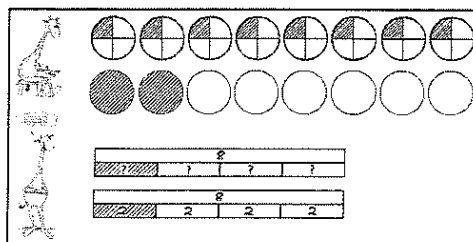
Bij de oefeningen worden de verschillende oplossingsstrategieën eerst weer expliciet

geoefend. Op deze manier kan de leerling alle strategieën zelf uitproberen. Uiteindelijk

is het de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar de handige strategie. Aangezien dit

voor een aantal rekenzwakke leerlingen een heel lastig onderwerp is, is het gebruik

van een van de modellen al een hele prestatie!



In instructie 4 wordt voortgebouwd op instructie 3.

In instructie 3 wordt een stambreuk

vermenigvuldigd met een heel getal, in dit blok is

het een niet-stambreuk die vermenigvuldigd

wordt met een heel getal (bijvoorbeeld: $\frac{2}{3} \times 13$).

Bij de strategie met de tekening wordt eerst

gezocht naar een makkelijke som, want $13 : 3$ is

best lastig. 13 wordt vervolgens gesplitst in 12 en

$1 \cdot \frac{2}{3}$ deel van 12 is 4, dus $\frac{2}{3}$ deel is 8. $\frac{2}{3}$ deel van 1, dat is $\frac{2}{3}$. $\frac{2}{3} \times 13$ is dus $8\frac{2}{3}$.

Bij de breukenstrook en de handige strategie wordt bij de som $\frac{2}{3} \times 13$ of $\frac{2}{3}$ van 13, eerst $\frac{1}{3}$

deel van 13 genomen (zoals in instructie 3). Als je $\frac{1}{3}$ deel weet, dan weet je ook $\frac{2}{3}$ deel,

want dat is 2 keer zoveel.

Bij de oefeningen worden de verschillende oplossingsstrategieën eerst weer expliciet

geoefend. Op deze manier kan de leerling alle strategieën zelf uitproberen. Daarna

moet de leerling zelf kiezen en toepassen (opgave 26 en 27). Uiteindelijk is het de

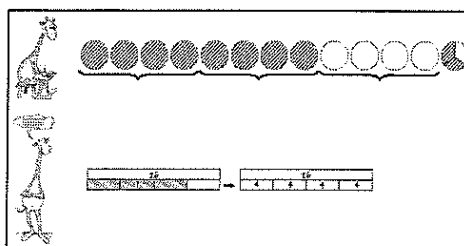
bedoeling dat er toegewerkt wordt naar de handige strategie. Voor veel (rekenzwakke)

leerlingen is dit een heel lastig onderwerp. Bij het oefenen wordt daarom een aantal

opdrachten stil gestaan bij het tekenen en kleuren van de som. Met het gebruik van

een van de modellen of via tekenen tot je antwoord komen is al heel effectief! Het

gebruik van een handige strategie blijft voor een aantal leerlingen te moeilijk.



In instructie 5 worden eenvoudige breuken met elkaar vermenigvuldigd ($\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ en $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$). Voor de

leerling die met de bovenstaande instructies al veel

moeite heeft, is dit somtype waarschijnlijk te hoog

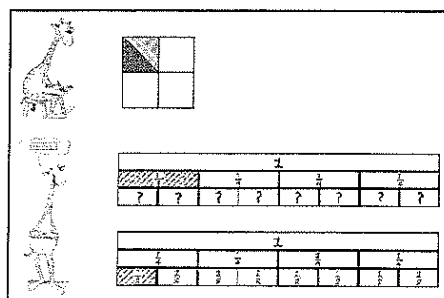
gegrepen. Er is voor gekozen om bij dit somtype

geen gebruik te maken van de strategie:

'vermenigvuldigen van breuken is teller x teller en

noemer x noemer'. In deze instructie wordt weer

het tekenen van de som en de breukenstrook



aangeboden. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ staat daarbij voor 'de helft van $\frac{1}{4}$ deel'. Je kunt dan zo van de tekening aflezen wat het antwoord is. Ook bij de breukenstrook wordt in eerste instantie $\frac{1}{4}$ deel op de strook ingetekend. Vervolgens wordt, in de strook eronder, een strook getekend waarbij de helft genomen wordt van $\frac{1}{4}$ deel. Bij sommen als $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$ wordt eerst $\frac{1}{3}$ deel genomen en vervolgens wordt het antwoord 2 keer zo groot gemaakt.

Bij de oefeningen worden de verschillende oplossingsstrategieën eerst weer expliciet geoefend. Op deze manier kan de leerling alle strategieën zelf uitproberen. Daarna moet de leerling zelf kiezen en toepassen (opgave 33 t/m 35). Uiteindelijk is het de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar een keuze voor een strategie die de leerling kan hanteren. Voor veel (rekenzwakke) leerlingen is dit een heel lastig onderwerp. Bij het oefenen wordt daarom in een aantal opdrachten uitgebreid stil gestaan bij het tekenen en kleuren van de som. Met de inzet van één van de modellen of via tekenen tot je antwoord komen is al heel effectief! Het gebruik van een handige strategie blijft voor de meeste leerlingen te moeilijk.

Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen: *Heb je een breukensom met x (keer), zoals hier? X (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$), hoe pak jij dat aan? Deze som betekent: x (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld wat is $\frac{2}{3}$ deel van $\frac{1}{2}$)? Maak een tekening, dan zal het wel gaan.*

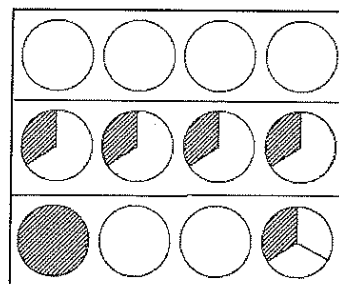
Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij breuken met helen en met breuken kan vermenigvuldigen. Laat de leerling op het blad tekenen, schrijven en kleuren zodat duidelijk wordt wat de vraag is. Als de leerling er niet uitkomt, laat dan uit de instructie een model of strategie kiezen en deze gebruiken bij de open opdrachten (zonder ondersteuning van een model).

Lukt het de leerling niet de handige strategie te gebruiken (na alle leergesprekken), maar lukt het oplossen van de sommen wel op de getallenlijn of met de breukenstroken, dan zal deze strategie ook toegepast moeten worden bij de andere opgaven. Laat de leerling dan zelf de getallenlijn of de breukenstrook tekenen als ondersteuning bij het oplossen van de sommen. Op die manier wordt het gebruik van het model steeds meer een routine.

Blok 5: delen van breuken

In instructie 1 worden eerst deelsommen geoefend die een breuk hebben in de uitkomst, zoals $4 : 3$. De strategieën die de leerling kan gebruiken zijn het tekenen van de situatie (zie afbeelding) of het gebruik van handige strategieën. $4 : 3$ is namelijk hetzelfde als $\frac{4}{3}$ deel of vereenvoudigd: $1\frac{1}{3}$ deel.

Bij de oefeningen worden beide strategieën expliciet geoefend. Op deze manier kan de leerling alle strategieën zelf uitproberen. Daarna moet de leerling zelf een strategie kiezen en toepassen (opgave 3). Uiteindelijk is het de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar een keuze voor een strategie die de leerling kan hanteren.

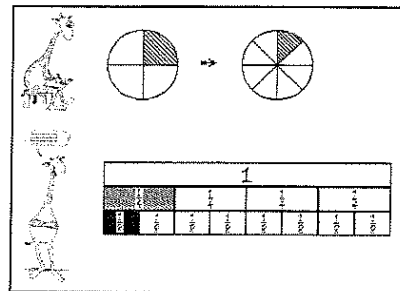


In instructie 2 worden breuken gedeeld door een heel getal (voorbeeldsom: $\frac{1}{4} : 2$). De tekening, de breukenstrook en het gebruik van een handige strategie komen expliciet in de instructie naar voren. Bij het tekenen wordt eerst de breuk ingekleurd.

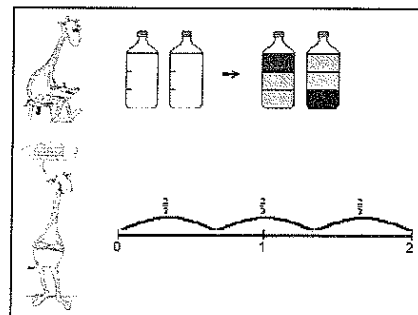
Vervolgens wordt de bewerking uitgevoerd, bijvoorbeeld het delen van de breuk door 2. De leerling kan het antwoord uit de tekening aflezen. Bij de breukenstrook ziet de leerling altijd de relatie met de hele strook. Ook hier wordt de breuk eerst ingetekend, waarna vervolgens de

bewerking wordt uitgevoerd. Aan het aantal delen dat ontstaat, kan de leerling aflezen om welke breuk het gaat. Bij de handige strategie moet de leerling weten dat als je een breuk deelt, de delen kleiner worden, maar de noemer groter.

Bij de oefeningen wordt met name het tekenen expliciet geoefend. In opdracht 7 moet de leerling zelf een strategie kiezen en toepassen. Uiteindelijk is het de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar een keuze voor een strategie die de leerling kan hanteren.



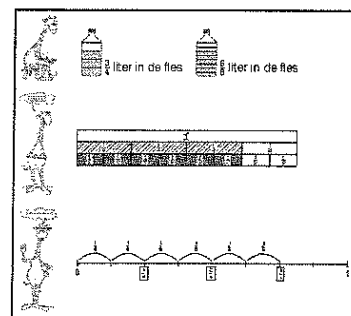
In instructie 3 wordt een heel getal gedeeld door een breuk (voorbeeldsom: $2 : \frac{2}{3}$). Als je de som vertaalt naar een vraag, dan staat er eigenlijk: 'hoeveel keer past $\frac{2}{3}$ in 2?'. In deze instructie wordt weer het tekenen van de situatie gebruikt als strategie. In 2 literflessen cola worden de derde delen afgetekend en ingekleurd. $\frac{2}{3}$ deel past 3 keer in 2. Op de getallenlijn kan je de som uitrekenen door sprongen te maken van $\frac{2}{3}$ en door te springen tot je bij 2



aangekomen bent. Je hebt dan 3 sprongen gemaakt. In de handige strategie worden de helen omgezet naar een breuk. 2 wordt omgezet naar derde delen. $2 = \frac{6}{3}$. Nu kan je aan de teller zien hoe vaak $\frac{2}{3}$ in $\frac{6}{3}$ past, namelijk 3 keer.

Bij de oefeningen wordt het tekenen, het gebruik van de breukenstrook en de getallenlijn expliciet geoefend. In opdracht 13 moet de leerling zelf een strategie kiezen en toepassen. Uiteindelijk is het weer de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar een keuze voor een strategie die de leerling kan hanteren.

In instructie 4 komen bewerkingen aan de orde waarbij de leerling zich waarschijnlijk steeds moeilijker iets voor kan stellen. In deze instructies wordt een breuk gedeeld door een breuk (voorbeeldsom: $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$). De som wordt al veel toegankelijker als je deze vertaalt naar een vraag, want dan staat er: 'hoeveel keer past $\frac{1}{8}$ in $\frac{3}{4}$?'. Om deze som uit te kunnen rekenen is het bij de strategie tekenen handig om de breuken eerst gelijknamig te maken. De vraag is dan: 'hoeveel keer past $\frac{1}{8}$ in $\frac{6}{8}$?'. Op die manier kan de fles



onderverdeeld worden in achtste delen. Het gelijknamig maken gebeurt eigenlijk als vanzelfsprekend bij de breukenstroken. Om de som uit te kunnen rekenen heb je de strook met vierden en met achtsten nodig. Het antwoord is dan af te lezen.

Op de getallenlijn is, net als bij de vorige instructie, de strategie van het doorspringen aan de orde. Hoeveel sprongen van $\frac{1}{8}$ moet je maken om bij $\frac{3}{4}$ uit te komen? Ook bij de handige strategie worden de breuken eerst gelijknamig gemaakt.

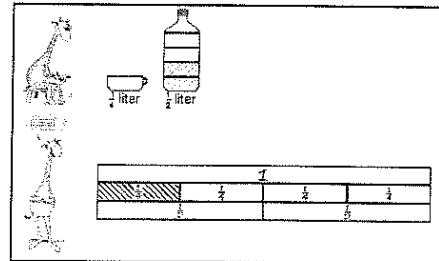
Bij de oefeningen wordt het tekenen, het gebruik van de breukenstrook en de getallenlijn expliciet geoefend. In opdracht 19 moet de leerling zelf een strategie kiezen en toepassen. Uiteindelijk is het weer de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar een keuze voor een strategie die de leerling kan hanteren.

Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen: *Heb je een breukensom met : (delen), zoals hier? X (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld $\frac{1}{3} : \frac{1}{9}$), hoe pak je dat aan? Deze som betekent: x (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld hoe vaak past $\frac{1}{9}$ in $\frac{1}{3}$)? Maak een tekening, dan zal het wel gaan.*

In instructie 5 wordt, net zoals in instructie 4, een breuk gedeeld door een breuk. Deze keer is echter de deler de grootste breuk. Hierdoor is ook het antwoord van de som een breuk. De voorbeeldsom $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ wordt dan in een concrete situatie: 'hoeveel

keer past $\frac{1}{2}$ liter water in een glas van $\frac{1}{4}$ liter?' De helft van de halve liter water past in het glas. Het antwoord is dus $\frac{1}{2}$. Op de breukenstroken kan je het

antwoord ook aflezen. Als je een half en een vierde deel onder elkaar zet, dan zie je dat $\frac{1}{2}$ maar voor de helft in $\frac{1}{4}$ past.



Bij de oefeningen wordt het tekenen en de breukenstrook expliciet geoefend. In opdracht 22 moet de leerling zelf een strategie kiezen en toepassen. Uiteindelijk is het weer de bedoeling dat er toegewerkt wordt naar een keuze voor een strategie die de leerling kan hanteren.

Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij breuken kan delen. Laat de leerling op het blad tekenen, schrijven en kleuren zodat duidelijk wordt wat de vraag is. Als de leerling er niet uitkomt, laat dan uit de instructie een model of strategie kiezen. Het delen van breuken behoort niet tot de minimumdoelen. Een oriëntatie op het delen van breuken is echter wel aan te raden. Zeker de sommen van instructie 1 en 2 zijn voor de leerling wel haalbaar.

Hoofdstuk 3: Verhoudingen, procenten en kommagetallen

In allerlei concrete toepassingssituaties worden breuken, verhoudingen, kommagetallen en procenten door elkaar gebruikt, denk bijvoorbeeld aan krantenberichten. In dit hoofdstuk staan de relaties centraal die er vanuit de leerlijn breuken gelegd kunnen worden naar andere leerlijnen. Ook biedt het getalbegrip van breuken (hoofdstuk 1) heel praktische handvatten om lastige onderwerpen als kommagetallen en procenten te introduceren. Bij het leggen van de onderlinge relaties wordt visuele ondersteuning gegeven door middel van verschillende modellen, waarbij de inmiddels bekende breukenstrook een belangrijke rol vervult.

Uit PPON-onderzoek (1997) kan afgeleid worden dat leerlingen een redelijke tot goede basiskennis en begrip hebben van de hier genoemde relaties. Het toepassen van die relaties (vooral ook schattend) blijken ze echter uitermate moeilijk vinden. Dit is des te zorgelijker omdat globaal schattend rekenen met handige omzettingen een groot praktisch belang heeft. Het omzetten van procenten, kommagetallen en verhoudingen in breuken maakt nieuwsberichten, kortingen in de uitverkoop en maten immers snel en beter te begrijpen.

In dit hoofdstuk gaat het om het leggen van een basis. We beperken ons tot eenvoudige relaties. Zo worden alleen de meest voorkomende percentages met bijbehorende breuken behandeld (bijvoorbeeld $25\% = \frac{1}{4}$ deel wordt wel behandeld, $12,5\% = \frac{1}{8}$ deel niet). Door op de basis te focussen en ook het automatiseren van de verbanden expliciet aandacht te geven, krijgt de zwakkere rekenaar een solide inzichtelijk fundament. Afhankelijk van de mogelijkheden van de leerling kan daarop verder gebouwd worden. De verschillende rekenmethodes bieden hier voldoende mogelijkheden voor.

Een kerneigenschap van breuken, kommagetallen en procenten is dat het om relatieve getallen gaat, die pas betekenis krijgen als duidelijk is waarop ze betrekking hebben. Bij zowel relaties tussen breuken en verhoudingen (blok 1) als relaties tussen breuken en procenten (blok 3) wordt uitgegaan van het relatieve breukaspect of de breuk als deel van een geheel of operator. De breuknotatie $\frac{1}{4}$ betekent hier: 'een vierde deel van een bepaald geheel of hoeveelheid'. Daar ligt de link met: '1 van elke 4' en '25% van een bepaald geheel of hoeveelheid'. Bij de relatie tussen breuken en kommagetallen wordt uitgegaan van het absolute breukaspect: de breuk als maat of als getal dat op een getallenlijn wordt geplaatst en waarmee formeel wordt gerekend. De breuknotatie $\frac{1}{4}$ wordt dan gekoppeld aan 0,25 in de betekenis van: 'een vierde meter, liter of kilo' of 'een punt op een getallenlijn, tussen 0 en 1'.

Blok 1: relatie breuken en verhoudingen

Verhoudingen kunnen worden beschreven:

- in verhoudingentaal (1 op de 10 Nederlanders).
- in breukentaal (driekwart van de inwoners).
- met procenten (70% van de kinderen).

Binnen reken-wiskundemethoden vormt het onderwerp verhoudingen eigenlijk geen op zichzelf staande leerlijn. Het leren van inzicht in en toepassen van verhoudingen wordt vaak verweven in andere leerlijnen, zoals breuken en meten/meetkunde. Er is voor gekozen om in deze map alleen te werken met *interne* of inwendige verhoudingen, oftewel verhoudingen die *binnen* dezelfde grootte blijven. Steeds gaat het dan over

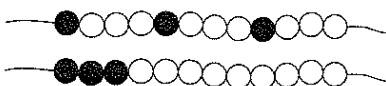
een deelverzameling, bijvoorbeeld: 3 van de 5 Nederlanders heeft een bepaalde mening, 1 op de 4 kralen is zwart.



1 op de 4 kralen is zwart. Je hebt een ketting van 12 kralen. Hoeveel zwarte kralen heb je dan nodig? 1 op de 4 kralen of $\frac{1}{4}$ deel is zwart. $\frac{1}{4}$ deel van 12 kralen is $12 : 4 = 3$ kralen. 3 kralen van de 12 zijn zwart. 1 op de 4 is dezelfde verhouding als 2 op de 8 of 3 op de 12. $\frac{3}{12}$ deel is evenveel waard als $\frac{1}{4}$ deel.

Een aantal verhoudingsaspecten wordt buiten beschouwing gelaten. Snelheid, de verhouding tussen afstand en tijd, is een *externe* verhouding en komt niet aan de orde. In blok 1 ligt de nadruk op het toepassen van de relatie tussen breuken en verhoudingen. Hier wordt verder gebouwd op de ervaringen uit hoofdstuk 1 blok 8: deel van veel. Ook worden verhoudingen met elkaar vergeleken. Het volgende komt aan de orde:

In instructie 1 leert de leerling dat verhoudingen, net als breuken, iets zeggen over een deel van een geheel (met waarde) of een deel van veel. Daarnaast maakt de leerling kennis met verhoudingentaal. 1 op de 4 kralen is zwart betekent $\frac{1}{4}$ deel van de kralen is zwart.



Vervolgens blijkt dat 1 op de 4 dezelfde verhouding is als 3 van de 12. De volgorde van de kralen binnen de verhouding maakt niet uit, de kralen kunnen op verschillende manieren geregen worden.

In de oefeningen wordt vervolgens geoefend met gevarieerde oefeningen, zoals het kleuren van kettingen met een bepaalde verhouding en het schrijven in verhoudingentaal bij een concrete situatie (aantal invullen, de breuk bij een verhouding schrijven en de verhouding zelf uitrekenen).

Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen: 'X' (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld 1 op de 5), dat is net zoveel, als X deel (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld $\frac{1}{5}$ deel).

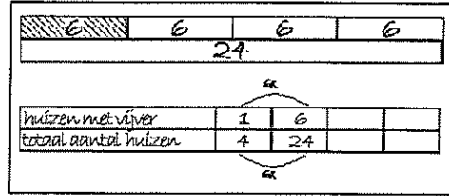
In instructie 2 leert de leerling hoe je het deel berekent bij een bepaalde verhouding. 2 op de 5 verkochte ballen is rood. Hoeveel van de 40 ballen zijn rood? De breukenstrook wordt bij deze sommen als model gebruikt. Net als in blok 8 van

40				
8	8	8	8	8

hoofdstuk 1 geeft de verdeling op de breukenstrook inzicht in de bewerking. 2 op de 5 staat voor $\frac{2}{5}$ deel. Ik reken eerst $\frac{1}{5}$ deel uit, dat is 8. $\frac{2}{5}$ deel is 2 keer zoveel, dat is 16 ballen. Bij het handig rekenen wordt de verhouding ook omgezet naar een breuk. 2 op de 5 staat voor $\frac{2}{5}$ deel. Ik reken eerst $\frac{1}{5}$ deel uit: $40 : 5 = 8$. Dan is $\frac{2}{5}$ deel twee keer zoveel, dus 16.

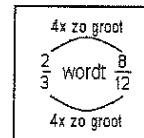
In de oefeningen kan de leerling die strategie kiezen en gebruiken die hem/haar het meest aanspreekt. Het uiteindelijke doel is het gebruik van de handige strategie, voor zover dat voor de leerling haalbaar is.

In instructie 3 leert de leerling hoe je het geheel of totaal berekent als je een deel weet. In een straat heeft 1 op de 4 huizen een vijver. Er zijn 6 huizen met vijver in de straat, hoeveel huizen zijn er in totaal? Bij het oplossen van deze vraag wordt gebruik gemaakt van de breukenstrook, de verhoudingstabel of een handige strategie. Met de breukenstrook wordt aangegeven dat 1 op de 4 of $\frac{1}{4}$



deel 6 huizen zijn. Bij elkaar zijn er dan 4 keer zoveel oftewel 24 huizen. De verhoudingstabel wordt in deze instructie geïntroduceerd. Door de tabel in te vullen zie je vanuit een verhouding een breuk ontstaan (teller boven, noemer onder).

De verhoudingstabel is in een vereenvoudigde vorm al in hoofdstuk 1 en 2 toegepast (zie de afbeelding). Het gebruik van verhoudingstabellen kan ook nadelig zijn: de tabel is in de methoden vaak voorgedrukt en hoeft alleen maar ingevuld te worden. In dit blok wordt de leerling juist gestimuleerd om een eigen strategie te ontdekken. Het aantal opgaven waarin de verhoudingstabel expliciet geoefend wordt, is dus beperkt. Als er geen verhoudingstabel voorgedrukt is blijken leerlingen vaak uit zichzelf vergelijkbare rijtjes te maken, maar eerder van boven naar beneden dan van links naar rechts.



Bij de handige strategie wordt 1 op de 4 vertaald naar $\frac{1}{4}$ deel. Vanuit $\frac{1}{4}$ deel rekent de leerling $\frac{4}{4}$ deel uit. Tijdens de instructie wordt de leerling gevraagd een strategie te kleuren die hem het meest aanspreekt.

In de oefeningen kiest de leerling vervolgens zijn/haar eigen strategie.

In instructie 4 leert de leerling hoe je een verhouding maakt. Een voorbeeldopgave: van de 24 kinderen hebben 18 kinderen een huisdier. Hoeveel kinderen hebben naar verhouding een huisdier? Ook hier wordt gebruikt gemaakt van een handige strategie en van de verhoudingstabel. Bij de handige strategie zet de leerling 18 van de 24 om in een breuk: $\frac{18}{24}$. Vervolgens wordt de breuk vereenvoudigd. $\frac{18}{24}$ wordt $\frac{3}{4}$ deel of 3 van de 4

kinderen met huisdier	18	3
totaal aantal kinderen	24	4

kinderen. Bij de verhoudingstabel worden beide getallen door 6 gedeeld. Dit vereenvoudigen kan ook in meerdere stappen plaatsvinden als de leerling niet meteen de grootste deler kan vinden.

In de oefeningen kiest de leerling vervolgens zijn/haar eigen strategie.

In instructie 5 leert de leerling hoe je verhoudingen met elkaar vergelijkt. In deze instructies zijn de totale aantallen gelijk. Voorbeeldsom: Van team A hebben 2 op de 6 schaatsers een medaille gewonnen. Bij team B heeft 1 op de 4 schaatsers een medaille gewonnen. Team A en B hebben elk team heeft 12 schaatsers. Welk team heeft de meeste medailles gewonnen?

Team A:

schaatsers met medaille	2	1
totaal aantal schaatsers	6	3

Team B:

schaatsers met medaille	1	1
totaal aantal schaatsers	4	4

Bij het oplossen van deze som kunnen de breukenstrook, de verhoudingstabel of het handig rekenen gebruikt worden. Zo kunnen de breukenstroken behorend bij de teams met elkaar vergeleken worden. Je ziet dan direct aan de strook welke ploeg meer medailles gehaald heeft. 2 op de 6 ($\frac{2}{6}$ deel van 12) en 1 op de 4 ($\frac{1}{4}$ deel van 12) worden daarbij omgezet naar aantallen medailles. Bij het gebruik van de verhoudingstabel moeten ook 2 verhoudingstabellen gemaakt

worden om de verhoudingen te kunnen vergelijken. Beide verhoudingen worden omgezet naar een verhouding met een totaal van 12. Het antwoord kan vervolgens afgelezen worden. Bij de handige strategie worden de beide verhoudingen omgezet naar een breuk. 2 op de 6 wordt $\frac{2}{6}$ deel of $\frac{1}{3}$ deel. 1 op de 4 wordt $\frac{1}{4}$ deel. $\frac{1}{3}$ deel is meer dan $\frac{1}{4}$ deel. Het exacte aantal medailles hoeft dan niet eens uitgerekend te worden. In de oefeningen kiest de leerling weer de strategie die hij handig vindt.

In instructie 6 worden verhoudingen met elkaar vergeleken waarbij de totale aantallen (groepen schaatsers bijvoorbeeld) niet even groot zijn. Een voorbeeldopgave: Team A heeft 24 schaatsers, 1 op de 3 schaatsers heeft een medaille gewonnen. Team B heeft 36 schaatsers, 1 op de 4 schaatsers heeft een medaille gewonnen. Welk team neemt de meeste medailles mee naar huis? Bij de oplossing met de verhoudingstabel wordt het totale aantal medailles berekend dat behaald is. Bij het handig rekenen wordt de verhouding weer omgezet naar een breuk. Vervolgens wordt, net als in de verhoudingstabel, toegerekend naar het totaal.

Bij de oefeningen kiest de leerling weer zijn/haar eigen strategie.

Team A:		
schaatsers met medaille	1	8
totaal aantal schaatsers	3	24
Team B:		
schaatsers met medaille	1	9
totaal aantal schaatsers	4	36

Instructie 7 is een extra instructie. Deze instructie is alleen voor de leerlingen die instructie 6 goed begrepen hebben. Net als bij instructie 6 gaat het om twee groepen met een verschillend aantal. Deze keer wordt echter naar de verhouding gevraagd.

Voorbeeldsom: Op welke school zijn *naar verhouding* meer kinderen ziek? Op de Petraschool zijn 77 van de 140 kinderen ziek en op de Paulusschool zijn 70

van de 105 kinderen ziek. De leerling kan deze som op twee manieren oppakken: door het aantal kinderen gelijk te maken of door het aantal zieken gelijk te maken. In de instructie wordt de verhoudingstabel als ondersteuning gebruikt. In dit voorbeeld wordt ervoor gekozen om het totaal gelijk te maken. Van 120 en van 140 kan je alle twee 20 maken. Zo zie je op welke school naar verhouding meer kinderen ziek zijn. Bij de oefeningen kiest de leerling weer zijn/haar eigen strategie.

Petraschool:		
zieke kinderen	77	11
totaal aantal kinderen	140	20

7

Paulusschool:			
zieke kinderen	60	30	10
totaal aantal kinderen	120	60	20

2 3

2 3

Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij vraagstukken met verhoudingen op kan lossen. Laat de leerling op het blad tekenen, schrijven en kleuren zodat duidelijk wordt wat de vraag is. Als de leerling er niet uitkomt, laat dan uit de instructie een model of strategie kiezen. Het vergelijken van groepen die bestaan uit verschillende hoeveelheden, behoort niet tot de minimumdoelen. De sommen van instructie 1 en 2 zouden voor de leerling haalbaar moeten zijn. Een oriëntatie op de overige onderdelen is echter wel aan te raden.

Blok 2: relatie breuken en kommagetallen

Kommagetallen kennen slechts twee verschijningsvormen: meetgetallen en pure rekengetallen. Bij zwakke rekenaars blijkt nauwelijks begrip van kommagetallen aanwezig te zijn (PPON 1997). Veel leerlingen denken bijvoorbeeld dat 2,11 groter is dan 2,9. Daarnaast kunnen leerlingen vrij eenvoudig met kommagetallen leren rekenen zonder dat ze inzicht hebben in de grootte van die getallen. In dit blok wordt expliciet ingegaan op de relatie tussen kommagetallen en breuken. Blok 2 is dus geen complete

leerlijn kommagetallen. Getalbegrip van en bewerkingen met kommagetallen zijn niet opgenomen.

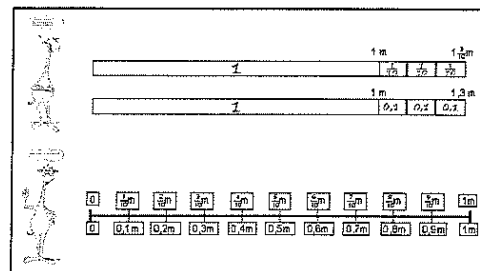
Het introduceren van de relatie tussen breuken en kommagetallen wordt het meest concreet en inzichtelijk door middel van het omzetten via meetgetallen. Vandaar ook dat het blok begint met een introductie over het meten met een strook. Als hiervoor een strook van precies 1 meter wordt gebruikt, biedt het in gelijke stukjes verdelen ontdekkingsmogelijkheden genoeg op dit gebied: $\frac{1}{10}$ strook = 10 cm = 0,1 m.

Uitgangspunt is dat een tiende meter als breuk ($\frac{1}{10}$ m) en als kommagetal (0,1 m)

geschreven kan worden. Een kommagetal is dan een speciale breuk.

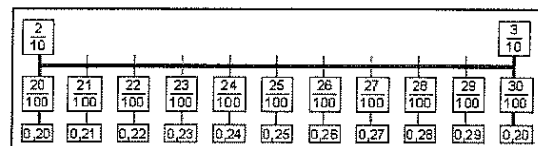
Kommagetallen worden geïntroduceerd binnen bekende, betekenisvolle contexten. Om heel concreet te maken wat kommagetallen betekenen wordt de maataanduiding tot ver in het blok gehandhaafd.

In instructie 1 leert de leerling waarom er kommagetallen zijn en wat kommagetallen zijn. Breuken en kommagetallen kun je allebei gebruiken bij het precies meten. Ze hebben ook allebei een plaats op de getallenlijn of strook. De relatie tussen breuken en kommagetallen wordt verkend binnen meetsituaties (meters en munten). Daarbij gaat het om de vraag: hoeveel is het precies? Des te preciezer je je



meetresultaat wilt noteren, des te noodzakelijker worden kommagetallen. Op de al bekende breukenstrook en getallenlijn wordt bij elke breuk een kommagetal gepresenteerd. Dit resulteert in een strook met breukenverdeling en kommagetallen en de dubbele getallenlijn. In de opdrachten blijft de meetcontext aanwezig, zodat de relatie tussen breuken en kommagetallen betekenisvol gelegd wordt. In vergelijkingssituaties schrijft de leerling bij de breuken de kommagetallen en andersom.

In instructie 2 ziet de leerling dat je met kommagetallen heel precies kan meten. Hoe meer cijfers je achter de komma hebt staan, hoe nauwkeuriger je kunt meten. Belangrijk is wel dat de leerling de relatie blijft zien met de hele. Omdat de getallenlijnen steeds dezelfde lengte hebben kan het misverstand ontstaan dat de afstand tussen 0,21 en 0,22 even groot is als tussen 0,212 en 0,213.



In de oefeningen plaatst de leerling breuken en kommagetallen op getallenlijnen. Op deze manier krijgt hij inzicht in de relatie tussen tienden en honderdsten als breuk en als kommagetal.

In instructie 3 komt opnieuw de waarde van de cijfers achter de komma aan de orde. In het DHTL-schema kan je goed zien wat de waarde

H	T	L	.	t	h	d
	3	8	.	0	5	

van de getallen achter de komma is. De kolom met de 't' is voor de tienden, de kolom met de 'h' is voor de honderdsten en de kolom met de 'd' is voor de duizendsten (zie de afbeelding voor de plaatsting van het getal 38,05 in het DHTL-schema). De breuken worden expliciet benoemd in het DHTL-schema, als bouwstenen van de kommagetallen. De '5' in de kolom van de honderdsten staat dus voor vijf honderdsten of $\frac{5}{100}$.

Vervolgens wordt geoefend met het plaatsen van kommagetallen in het DHTL-schema en met het benoemen van de verschillende cijfers in het kommagetal als tienden, honderdsten en duizendsten.

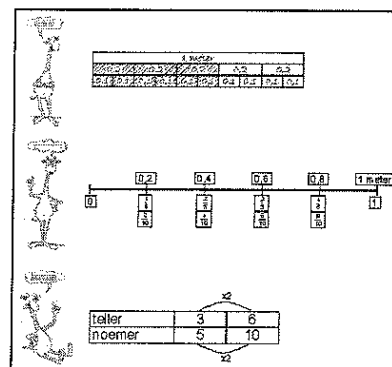
Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen: *Kun jij 'X' schrijven (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld 'een vijfde'), als breuk en als kommagetal? Ik schrijf 'X' (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld $\frac{1}{5}$ en 0,20). Lukt jou dat al?*

Zie voor de breuken en kommagetallen die bij deze oefening gebruikt kunnen worden de kaartjes van het automatiseringsspel.

In instructie 4 wordt antwoord gegeven op de vraag:
Hoe maak je kommagetallen van breuken en breuken van kommagetallen?

Hoe maak je van $\frac{3}{5}$ een kommagetal?

- met de breukenstrook, denk aan meters. Het geheel is 1 meter, wat is dan een vijfde deel waard?
- met de getallenlijn, gebruik de vijfden. Als de hele lijn 1 meter waard is, wat is dan een vijfde deel waard?
- gebruik de verhoudingstabel. Om een kommagetal te kunnen maken, is het handig om van de vijfden tienden te maken.
- handig rekenen, $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2$.



Hoe maak je van 38,2 een getal met een breuk erin?

- gebruik het DHTL-schema. Waar staat de '2' voor? De 't' staat voor tienden, dus 2 tienden oftewel $\frac{2}{10}$.

In de oefeningen zet de leerling kommagetallen om in breuken en andersom. De leerling gebruikt daarbij de strategie die hij handig vindt.

In instructie 5 worden kommagetallen en breuken met elkaar vergeleken. Het gaat hier om het rekenen met kommagetallen in het verlengde van hun relatie met breuken. Voorbeeldsom: Je hebt voor een recept $1\frac{1}{2}$ L melk nodig. Hoeveel pakken van 0,5 L koop je? Bij het uitrekenen kan de leerling gebruik maken van de dubbele getallenlijn of van een handige strategie. Bij beide strategieën kun je op twee manieren achter de oplossing komen: je zet de breuk om in een kommagetal, dan kun je twee kommagetallen vergelijken of je zet het kommagetal om in een breuk, dan kun je twee breuken vergelijken.

In de oefeningen past de leerling de relatie tussen kommagetallen en breuken toe in vergelijkbare contextsituaties. De leerling kiest zelf de meest handige strategie.

In instructie 6 staat het DHTL-schema centraal bij de vraag: wat is meer waard 0,11 of 0,109? De waarde van de verschillende kolommen en de betekenis van de nul in kommagetallen komen specifiek aan de orde.

Uiteindelijk blijkt $\frac{110}{1000}$ iets meer waard te zijn dan $\frac{109}{1000}$. Belangrijk is dat de leerling doorkrijgt dat 0,11 hetzelfde is als 0,110 terwijl 11 iets heel anders is dan 110. Bij de oefeningen bepaalt de leerling welke getallen de grootste waarde hebben.

Het blok wordt afgesloten met een automatiseringsoefening. Voor deze oefening moeten de flitskaartjes uitgeknipt en dubbelgevouwen worden. Het is handig om deze kaartjes te plastificeren (voorkant breuk, achterkant het kommagetal) zodat ze

makkelijk omgedraaid kunnen worden en langer meegaan. Bij de kaartjes zijn verschillende aantrekkelijke werkvormen beschreven.

Om de relatie tussen de breuk en het kommagetal te automatiseren moet dit spel meerdere keren herhaald worden. Alleen de meest voorkomende kommagetallen en bijbehorende breuken worden geautomatiseerd, zoals $\frac{1}{4} = 0,25$ en $\frac{3}{4} = 0,75$ en $\frac{1}{2} = 0,5$ en $\frac{1}{5} = 0,2$ en $\frac{1}{10} = 0,1$ en $\frac{1}{100} = 0,01$ en $\frac{1}{1000} = 0,001$.

Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij vraagstukken met kommagetallen op kan lossen. Laat de leerling op het blad tekenen, schrijven en kleuren zodat duidelijk wordt wat de vraag is. Als de leerling er niet uitkomt, laat dan uit de instructie een model of strategie kiezen. Een oriëntatie op alle onderdelen is aan te raden.

Blok 3: relatie breuken en procenten

In dit blok staat het relatieve karakter van procenten en breuken centraal. Procenten duiden een deel van een geheel aan en ook breuken kunnen hiervoor gebruikt worden. Daarbij is een essentieel inzicht dat 100% hetzelfde is als het geheel.

In dit blok gaat het erom dat leerling gangbare procenten (50%, 25%, 10%, 20%, $33\frac{1}{3}\%$) met passende breuken associeert. Procenten kunnen zowel via breuken als via verhoudingen worden benaderd. Hier is de keuze gemaakt voor de benadering via breuken. Er wordt een goede begripsmatige gefundeerdheid gecreëerd, waaraan geleidelijk meer betekenis toegekend wordt. De leerling moet procenten kunnen visualiseren in de strook en de cirkel, net als bij de breuken in hoofdstuk 1. Door gebruik te maken van de relatie met breuken leert de leerling (hoofd)rekenen met procenten. Bij sommen met procenten gaat het in grote lijnen om twee soorten: het bepalen van een deel ten opzichte van een geheel (instructie 3) en het bepalen van een geheel plus of min een deel (instructie 4 en verder).

Het kernprobleem bij procenten ligt in het uit elkaar houden van absolute aantallen en (relatieve) verhoudingen of het deel van een geheel. Verschillende modellen geven de leerling visuele ondersteuning bij dit leerproces.

In instructie 1 oriënteert de leerling zich op procenten. Wat zijn procenten? Procenten kunnen net als breuken iets zeggen over een deel van een geheel (met waarde) of een deel van veel. Blok 3 besteedt in het begin nadrukkelijk aandacht aan het gebruik van procenten in het dagelijkse leven. Er wordt zo aangesloten op impliciete kennis bij kinderen. De contexten worden verder eenvoudig en zo concreet mogelijk gehouden. Procenten hebben een heel duidelijke relatie met breuken. Dat zie je aan het gebruik van de procentenstrook:

- 100%, 50%, 25%, 75% - vierden.
- 100%, 10%, 20%, 50% - tienden & vijfden.
- 100%, $33\frac{1}{3}\%$, $66\frac{2}{3}\%$ - derden.



H	T	L	t	h	d
		0	1	0	9

H	T	L	t	h	d
		0	1	1	0

100% of $\frac{1}{2} = 1$			
50% of $\frac{1}{2}$	50% of $\frac{1}{2}$		
25% of $\frac{1}{2}$	25% of $\frac{1}{2}$	25% of $\frac{1}{2}$	25% of $\frac{1}{2}$

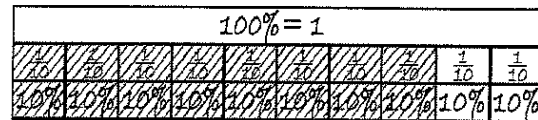
De procenten/breukenstrook is een variant van de bekende breukenstrook, met de toevoeging van 100% voor het geheel en de verdeling in procenten naast de verdeling in breuken (bijvoorbeeld 4 gelijke delen van elk $\frac{1}{4}$ deel of 25%).

In de oefeningen oefent de leerling vervolgens het nemen of kleuren van een percentage (deel) van een geheel (figuur met een betekenis).

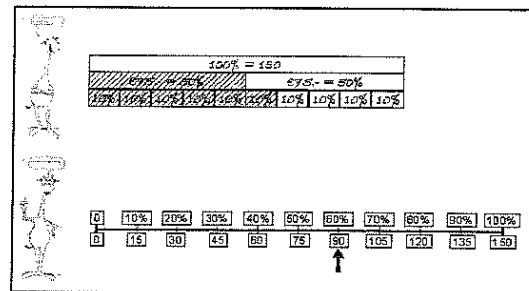
In instructie 2 leert de leerling hoe je breuken omzet in procenten en andersom. Aan de hand van de procentenstrook wordt de relatie gelegd tussen het deel en het percentage. Belangrijke ankerpunten daarbij zijn:

- 100% is het geheel.
- 10% is $\frac{1}{10}$ deel van 100% als basis.
- 4 van de 10, dat is $\frac{4}{10}$ deel. $\frac{4}{10}$ deel van 100% is 40%.

In de oefeningen worden percentages ingekleurd en wordt vanuit de breuk het percentage bepaald. Vervolgens worden ook percentages en breuken met elkaar vergeleken.



In instructie 3 leert de leerling hoe je uitreken wat een bepaald percentage van een bedrag of hoeveelheid is. Bijvoorbeeld: wat is meer € 75,- of 50% van € 150,-? Bij het uitrekenen van deze som heeft de leerling steun aan de procentenstrook, aan de dubbele getallenlijn of aan handige strategieën. Bij de procentenstrook staat 60% voor 6 stukjes van 10% of $\frac{1}{10}$ deel van een strook. 10% staat voor



€ 15,-, dus 60% voor $6 \times € 15,- = € 90,-$. Op de dubbele getallenlijn staat de hele lijn voor € 150,-. Op de lijn wordt een relatie gelegd tussen de percentages en de waarde die daarbij hoort. Iedere sprong is 10%, maar ook een tiende deel van 150. Ook bij de handige strategie wordt 60% uitgerekend via $\frac{1}{10}$ deel en vervolgens via $\frac{6}{10}$ deel.

Vervolgens oefent de leerling met het berekenen van een percentage van een hoeveelheid. Daarbij wordt hij uitgedaagd om handige strategieën te gebruiken, door goed te kijken naar de sommen die hij al uitgerekend heeft.

In instructie 4 rekt de leerling uit hoeveel korting je krijgt en hoeveel je vervolgens moet betalen. Opnieuw worden er, net als in instructie 3, percentages berekend. Deze keer moet de uitkomst afgetrokken van het geheel, zodat je uiteindelijk weet hoeveel je over houdt. Voorbeeldopgave: Je hebt 100 gram pinda's en je krijgt 25% gratis. Hoeveel gram moet je betalen? Ook in deze instructie worden de procentenstrook, de dubbele getallenlijn en de handige strategieën gebruikt.

Bij de procentenstrook wordt het geheel (100%) verdeeld in 4 gelijke delen. Ieder deel is $\frac{1}{4}$ deel of 25%. Als je weet hoeveel ieder deel waard is kan je vervolgens uitrekenen hoeveel je moet betalen (3 delen of het geheel minus 1 deel). In het model van de dubbele getallenlijn worden percentages gekoppeld aan delen van het geheel (de lijn). Bij de opgaven met een geheel plus of min een deel biedt dit model de mogelijkheid om de bewerking als sprong uit te beelden. Bij de handige strategie wordt gerekend met 10% als $\frac{1}{10}$ deel om vervolgens 60% te berekenen door 6 keer zoveel te nemen.

De leerling oefent vervolgens met het uitrekenen van kortingen. Daarbij wordt de dubbele getallenlijn gebruikt als ondersteuning.

In instructie 5 wordt de 1%-regel aangeboden. In de instructie wordt naar 1% toegewerkt via 10% is $\frac{1}{10}$ deel, 1% is $\frac{1}{100}$ deel. 2% is dan $\frac{2}{100}$



deel of $\frac{1}{50}$ deel. Een voorbeeldopgave: je krijgt $6\frac{1}{2}\%$ gratis bij een bestelling van 200 kilo aardappels. Het antwoord wordt uitgerekend via 1%. 1% is $\frac{1}{100}$ deel, $\frac{1}{100}$ deel van 200 kilo is 2 kilo. $6\frac{1}{2}\%$ is $6\frac{1}{2}$ keer zoveel.

$$6\frac{1}{2} \times 2 = 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 = 12 + 1 = 13 \text{ kilo gratis.}$$

De leerlingen rekenen vervolgens 1% uit en rekenen andere lastige percentages uit met de 1%-regel. Daarnaast ervaren de leerlingen in opgave 21 dat je met procenten ook handig kan rekenen, door uit te gaan van de gegevens die je al hebt.

Tegeltjeswijsheid: Gebruik het tegeltje om de leerling de tekst een aantal keer aan te laten vullen: *100% is het geheel, 'X' procent (invullen door de leerkracht/medeleerling, bijvoorbeeld '20 procent'), is 'X' (in te vullen door de leerling, bijvoorbeeld $\frac{1}{5}$ deel).*

Zie voor de percentages en de breuken die bij deze oefening gebruikt kunnen worden de kaartjes van het automatiseringsspel.

In instructie 6 rekent de leerling uit hoeveel extra je krijgt (verhoging of rente) en wat vervolgens het totaal wordt.



Voorbeeldopgave: bij een zak

drop van 200 gram krijg je 20% extra. Eerst wordt berekend hoeveel extra je krijgt, en vervolgens het totaal. De dubbele getallenlijn wordt gebruikt als visuele ondersteuning. De eerste stap is het uitrekenen van de 20% die er extra bijkomt. 10% van 200 is 20, dus 20% van 200 is 40. Vervolgens wordt de 20% bij het totaal opgeteld, omdat het gaat om iets extra's.

$$200 + 40 \text{ extra} = 240 \text{ gram.}$$

Vervolgens rekent de leerling 'verhaaltjessommen' met rente en extra's uit.

Als afsluiting van het hoofdstuk automatiseert de leerling de belangrijkste relaties tussen breuken en procenten. Voorbeelden zijn: $100\% = \text{het geheel}$, $50\% = \frac{1}{2}$ deel, $25\% = \frac{1}{4}$ deel, $75\% = \frac{3}{4}$ deel, $10\% = \frac{1}{10}$ deel, $20\% = \frac{1}{5}$ of $\frac{2}{10}$ deel, $33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$ deel en $1\% = \frac{1}{100}$ deel.

Doelstelling: In dit blok is het belangrijk dat de leerling een strategie vindt waarmee hij vraagstukken met procenten op kan lossen. Laat de leerling op het blad tekenen, schrijven en kleuren zodat duidelijk wordt wat de vraag is. Als de leerling er niet uitkomt, laat dan uit de instructie een model of strategie kiezen. Een oriëntatie op alle onderdelen is aan te raden.